

OPERAR CON POTENCIAS: MULTIPLICACIÓN, DIVISIÓN Y POTENCIA DE POTENCIA

Nombre: Curso: Fecha:

MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS

- Como las potencias son multiplicaciones, se va a trabajar con ellas cuando multiplicamos o dividimos:

$$3^4 \cdot 3^3 = \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}^4 \cdot \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}^3 = 3^7$$

$$5^2 \cdot 5^4 = \overbrace{5 \cdot 5}^2 \cdot \overbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}^4 = 5^6 \leftarrow \text{exponente}$$

- Las potencias han de tener la **misma base** para unificar el exponente.

$$3^2 \cdot 5^4 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \text{ (no se puede poner con el mismo exponente)}$$

- La fórmula general para **multiplicar potencias de la misma base** es:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

ACTIVIDADES

- 1 Realiza las siguientes operaciones.

a) $10^2 \cdot 10^5 =$

d) $3^2 \cdot 3^6 =$

g) $11^3 \cdot 11^3 =$

b) $7^4 \cdot 7^2 = 7^{\square}$

e) $3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^5 =$

h) $19^5 \cdot 19^7 =$

c) $11^3 \cdot 11^2 \cdot 11 =$

f) $\square \cdot 3^5 = 3^7$

i) $2^2 \cdot \square = 2^5$

DIVISIÓN DE POTENCIAS

- Para dividir potencias con igual base, se deja la base y se restan los exponentes: $a^n : a^m = a^{n-m}$
- La división entre potencias de distinta base no se puede realizar, y debe quedar indicada.

EJEMPLO

$$7^5 : 7^2 = \frac{7^5}{7^2} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{\cancel{7} \cdot \cancel{7}} = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$$

- 2 Opera con las siguientes potencias.

a) $5^6 : 5^4 = \frac{5^6}{5^4} = \frac{\text{-----}}{\text{-----}} = 5 \cdot 5 = \square$

b) $3^7 : 3^4 = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \square \cdot \square \cdot \square = \square$

c) $11^5 : 11^3 =$

d) $13^6 : 13^2 =$

e) $7^2 : 7^3 =$

- 3 Realiza estas divisiones.

a) $3^5 : 3^4 = \square$

c) $4^6 : \square = 4^3$

e) $5^7 : \square = 5^2$

b) $\square : 7^2 = 7^5$

d) $12^7 : 12^4 = \square$

f) $6^{12} : 6^5 = \square$

OPERAR CON POTENCIAS: MULTIPLICACIÓN, DIVISIÓN Y POTENCIA DE POTENCIA

Nombre: Curso: Fecha:

POTENCIA DE UNA POTENCIA

Si elevamos una potencia a otra potencia, el resultado es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

EJEMPLO

$$(7^2)^3 = (7 \cdot 7)^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6$$

$$(5^4)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = 5^8$$

4 Completa las siguientes operaciones.

a) $(7^3)^4 = 7^{\square}$

e) $(4^2)^{\square} = 4^8$

b) $(3^3)^{\square} = 3^{15}$

f) $(2^5)^2 = 2^{\square}$

c) $(6^2)^{\square} = 6^{12}$

g) $(5^3)^4 = 5^{\square}$

d) $(9^3)^{\square} = 9^{15}$

h) $(10^2)^3 = 10^{\square}$

Hay también operaciones combinadas que presentan las tres operaciones estudiadas hasta el momento.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Multipliación

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

División

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Potencia de una potencia

EJEMPLO

$$(2^5 \cdot 2^4) : (2^2)^3 = \frac{2^5 \cdot 2^4}{(2^2)^3} = \frac{2^9}{2^6} = 2^3$$

5 Realiza estas operaciones.

a) $(3^5 : 3^2)^3 = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3 = (\square)^3 =$

b) $(5^7 : 5^3) \cdot (5^6 : 5^2) = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$

c) $(10^3)^4 : (10^2 \cdot 10^3) =$

d) $(4^2)^3 \cdot (4^5)^2 =$

e) $(6^5 : 6^2) \cdot (6^3)^4 =$

OPERAR CON POTENCIAS: MULTIPLICACIÓN, DIVISIÓN Y POTENCIA DE POTENCIA

Nombre: Curso: Fecha:

POTENCIA DE EXPONENTE NEGATIVO

- Al efectuar una división de potencias, el resultado puede ser una potencia de exponente negativo:

$$7^3 : 7^5 = \frac{7^3}{7^5} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{7 \cdot 7 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}} = \frac{1}{7 \cdot 7} = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}$$

- Si hay exponentes negativos, podemos transformarlos en una fracción: $\frac{1}{a^n}$

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{81}$$

- En general, las potencias de exponente negativo se definen: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- Las potencias de exponente negativo cumplen las propiedades que ya conocemos para las potencias de exponente natural.

6 Opera con potencias de exponentes negativos.

$$a) 5^2 \cdot 3^{-2} = 5^2 \cdot \frac{1}{3^2} = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{\square}$$

$$b) 5^2 \cdot 5^{-7} \cdot 5^3 = 5^2 \cdot \frac{1}{\square} \cdot 5^3 = \frac{5^2 \cdot 5^3}{\square} = \square$$

$$c) 6^3 \cdot 2^{-4} = 6^3 \cdot \frac{1}{\square} = (2 \cdot 3)^3 \cdot \frac{1}{\square} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{\square} = \square$$

$6 = 2 \cdot 3$

$$d) 4^3 \cdot 2^{-3} \cdot 8 = 4^3 \cdot \frac{\square}{\square} \cdot 8 = (2 \cdot 2)^3 \cdot \frac{\square}{\square} \cdot 2^3 = \frac{\square}{\square} = \square$$

$4 = 2 \cdot 2$

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

7 Expresa en forma de potencia de la base indicada en cada caso.

OPERACIÓN	BASE	RESULTADO
$9^{-7} \cdot 9^{11}$	3	
$4^6 : 8^{-3}$	2	
$(25^9)^{-3}$	5	
$(16^{-5} : 4^3)^{-2}$	2	
$(49^{-3})^4 : 7^{-6}$	7	

EXPRESAR UN NÚMERO EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

Nombre: _____

Curso: _____

Fecha: _____

Para expresar un número en notación científica, lo escribimos con una sola cifra, distinta de cero, como parte entera y las otras cifras decimales, multiplicado por una potencia de 10 con exponente igual a:

- el número de cifras que hemos pasado a la parte decimal, o
- menos el número de posiciones que hemos saltado para conseguir que la primera cifra sea entera.

EJEMPLO

$$5438 = 5,438 \cdot 10^3$$

3 cifras hemos tenido que pasar a decimales.

$$34,7 = 3,47 \cdot 10^1$$

1 cifra hemos tenido que pasar a decimal.

$$800 = 8 \cdot 10^2$$

2 cifras hemos tenido que pasar a decimales.

$$0,00748 = 7,48 \cdot 10^{-3}$$

3 saltos hemos tenido que dar para conseguir que la primera cifra, 7, esté en la parte entera.

$$0,356 = 3,56 \cdot 10^{-1}$$

1 salto hemos tenido que dar para conseguir que la primera cifra, 3, esté en la parte entera.

$$0,0691 = 6,91 \cdot 10^{-2}$$

2 saltos hemos tenido que dar para conseguir que la primera cifra, 6, esté en la parte entera.

ACTIVIDADES

1 Expresa en notación científica los siguientes números.

a) $2000000 = 2,000000 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^6$

b) $4000 = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $10 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $100 = \underline{\hspace{2cm}}$

f) $80000 = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $700 = \underline{\hspace{2cm}}$

g) $5000000 = 5 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

2 Expresa en notación científica estos números con parte entera y parte decimal.

a) $990,85 = 9,9085 \cdot 10^2$

b) $340 = 3,4 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

f) $340,05 = 3,4005 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

c) $655,1 = 6,551 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

g) $37,986 = 3,7986 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

d) $567765,22 = \underline{\hspace{2cm}}$

h) $4,4 = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $15,35 = \underline{\hspace{2cm}}$

i) $3,45 = \underline{\hspace{2cm}}$

3 Expresa los números decimales en notación científica.

a) $0,0567 = 5,67 \cdot 10^{-2}$

b) $0,000045 = 4,5 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

f) $0,0073 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $0,0000061 = \underline{\hspace{2cm}}$

g) $0,000101 = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $0,093 = \underline{\hspace{2cm}}$

h) $0,0007 = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $0,367 = 3,67 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

i) $0,4765 = \underline{\hspace{2cm}}$

REALIZAR OPERACIONES EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

Nombre: Curso: Fecha:

Para efectuar operaciones con números expresados en notación científica, hay que seguir unas sencillas reglas, que vamos a ver con ejemplos y para hacerlo después con calculadora, es importante aprender a calcular primero sin ella, pues funciona según las mismas reglas.

EJEMPLO

1.º caso: cuando las potencias de 10 están elevadas al **mismo exponente**, un número entero positivo o negativo.

Efectúa la suma $13,42 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5$.

En este caso, las dos potencias de 10 están elevadas al mismo exponente, 5, de forma que podemos **sacar factor común**. El resultado se da en notación científica.

$$13,42 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5 = (13,42 + 4) \cdot 10^5 = 17,42 \cdot 10^5 = 1,742 \cdot 10^6$$

ACTIVIDADES

1 Haz las siguientes sumas y restas en notación científica.

a) $6 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^3 = (\text{---} - \text{---} + \text{---}) \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^3$

b) $[101,17 \cdot 10^2 - 5,87 \cdot 10^2] \cdot 3 = [(\text{---} - \text{---}) \cdot 10^2] \cdot 3 = [\text{---} \cdot 10^2] \cdot 3 = 2,859 \cdot 10^4$

c) $(33,3 \cdot 10 + 2,5 \cdot 10 - 6,7 \cdot 10) \cdot \frac{2}{7} = [(\text{---} + \text{---} - \text{---}) \cdot 10] \cdot \frac{2}{7} = [\text{---} \cdot 10] \cdot \frac{2}{7} = 8,31 \cdot 10$

EJEMPLO

2.º caso: cuando las potencias de 10 están elevadas a **distintos exponentes enteros positivos**.

Efectúa la resta $6,74 \cdot 10^5 - 2,85 \cdot 10^3$.

Observa que, en este caso, las dos potencias de 10 están elevadas a números distintos, 5 y 3, de manera que no podemos sacar factor común directamente. Hay que expresar los dos números en función de la **potencia de menor valor**, en este caso 3.

$$2,85 \cdot 10^3$$

$$6,74 \cdot 10^5 = 6,74 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 674 \cdot 10^3$$

$$6,74 \cdot 10^5 - 2,85 \cdot 10^3 = 674 \cdot 10^3 - 2,85 \cdot 10^3 = (674 - 2,85) \cdot 10^3 = 671,15 \cdot 10^3$$

Una vez efectuada la operación, convertimos el resultado en notación científica:

$$671,15 \cdot 10^3 = 6,7115 \cdot 10^5$$

2 Haz las siguientes sumas y restas en notación científica.

a) $2,71 \cdot 10^3 - 1,9 \cdot 10^2 + 5,43 \cdot 10^4 = 2,71 \cdot 10 \cdot 10^2 - 1,9 \cdot 10^2 + 5,43 \cdot 10^2 \cdot 10^2 =$
 $= \text{---} \cdot 10^2 - \text{---} \cdot 10^2 + \text{---} \cdot 10^2 = (\text{---} \cdot 10^2) = 568,2 \cdot 10^4$

b) $3,76 \cdot 10^4 - 5,78 \cdot 10^3 = 3,76 \cdot 10 \cdot 10^3 - 5,78 \cdot 10^3 = \text{---} \cdot 10^3 - \text{---} \cdot 10^3 =$
 $= (\text{---} - \text{---}) \cdot \text{---} = 31,82 \cdot 10^3 = 3,182 \cdot 10^4$

c) $5,25 \cdot 10^4 + 60,4 \cdot 10^3 = \text{---} \cdot 10 \cdot 10^3 + \text{---} \cdot 10^3 = 1,129 \cdot 10^5$

REALIZAR OPERACIONES EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

Nombre: Curso: Fecha:

EJEMPLO

3.º caso: cuando las potencias de 10 están elevadas a **distintos exponentes**, con números enteros negativos.

Efectúa la suma $2,5 \cdot 10^{-5} + 9,6 \cdot 10^{-4}$.

En este caso, las dos potencias de 10 están elevadas a distintos números enteros negativos, -5 y -4 , por lo que para sacar factor común elegimos el mayor de ellos, -4 , y procedemos así:

$$2,5 \cdot 10^{-5} = 2,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4}$$

$$9,6 \cdot 10^{-4}$$

$$2,5 \cdot 10^{-5} + 9,6 \cdot 10^{-4} = 2,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4} + 9,6 \cdot 10^{-4} = 0,25 \cdot 10^{-4} + 9,6 \cdot 10^{-4} = \\ = (0,25 + 9,6) \cdot 10^{-4} = 9,85 \cdot 10^{-4}$$

3 Haz estas sumas y restas en notación científica.

a) $2,32 \cdot 10^{-3} - 3,76 \cdot 10^{-4}$

Como $10^{-4} = 10^{-1} \cdot 10^{-3}$, resulta que:

$$2,32 \cdot 10^{-3} - 3,76 \cdot 10^{-4} = 2,32 \cdot 10^{-3} - 3,76 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} = (2,32 - 0,376) \cdot 10^{-3} = 1,944 \cdot 10^{-3}$$

b) $7,9 \cdot 10^{-6} + 5,5 \cdot 10^{-5} = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} + \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} + \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \\ = (\underline{\quad} + \underline{\quad}) \cdot 10^{-5} = 6,29 \cdot 10^{-5}$

c) $3 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-5} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} = \\ = (\underline{\quad} - 2 + \underline{\quad} - \underline{\quad}) \cdot 10^{-3} = -1,677 \cdot 10^{-3}$

EJEMPLO

Efectúa el producto $(6,2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^3)$.

Multiplicamos los números: $6,2 \cdot 4 = 24,8$, y por otro lado, multiplicamos las potencias: $10^5 \cdot 10^3 = 10^8$

$$(6,2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^3) = 24,8 \cdot 10^8 = 2,48 \cdot 10^9$$

Efectúa la división $(6,2 \cdot 10^5) : (4 \cdot 10^3)$.

Dividimos los números: $6,2 : 4 = 1,55$, y por otro lado, dividimos las potencias: $10^5 : 10^3 = 10^2$

$$(6,2 \cdot 10^5) : (4 \cdot 10^3) = 1,55 \cdot 10^2$$

4 Realiza los productos y cocientes en notación científica.

a) $(5 \cdot 10^4) \cdot (12 \cdot 10^7) = (5 \cdot 12) \cdot 10^{4+7} = 60 \cdot 10^{11} = 6 \cdot 10^{12}$

b) $(34,4 \cdot 10^{-5}) \cdot (6,1 \cdot 10^4) = (\underline{\quad} \cdot \underline{\quad}) \cdot 10^{\underline{\quad}} = 209,84 \cdot 10^{-1} = 2,0984 \cdot 10$

c) $(60 \cdot 10^5) : (3 \cdot 10^6) = (60 : 3) \cdot 10^{\underline{\quad}} = 20 \cdot 10^{-1} = 2$

5 Efectúa las operaciones combinadas en notación científica.

a) $[(3 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^5) : (5 \cdot 10^3)] - [(2 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-4}) \cdot 10^4] = (2 \cdot 10^{\underline{\quad}}) - (-3 \cdot 10^0) = \\ = 200 + 3 = 203 = 2,03 \cdot 10^2$

b) $(6 \cdot 10^{-3}) : (8 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) = (6 \cdot 10^{-3}) : [(\underline{\quad} - \underline{\quad} - \underline{\quad}) \cdot 10^{-3}] = \\ = (6 \cdot 10^{-3}) : (\underline{\quad} \cdot 10^{-3}) = 2 \cdot 10^0 = 2$

OPERAR CON RADICALES

Nombre: Curso: Fecha:

La raíz n -ésima de un número se puede poner en forma de potencia:

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$\sqrt[n]{a}$ se llama **radical**, a es el **radicando** y n es el **índice** de la raíz.

Es más fácil operar con potencias que con raíces, por lo que transformamos las raíces en potencias.

EJEMPLO

$$\sqrt{5} = 5^{1/2}$$

$$\sqrt[7]{3^2} = 3^{2/7}$$

ACTIVIDADES

1 Escribe los radicales en forma de potencias.

a) $\sqrt[5]{7^3} = \text{---}^{3/5}$

b) $\frac{1}{\sqrt{8^5}} = \frac{1}{8^{5/2}} = 8^{\square}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \text{---}$

MULTIPLICACIÓN (O DIVISIÓN) DE RADICALES

Para multiplicar o dividir radicales con el **mismo radicando**, los convertimos primero en potencias.

EJEMPLO

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} = 2^{1/3} \cdot 2^{1/5} = 2^{1/3+1/5} = 2^{(5+3)/15} = 2^{8/15} = \sqrt[15]{2^8}$$

$$\sqrt[7]{3^5} : \sqrt[3]{3} = 3^{5/7} : 3^{1/3} = 3^{5/7-1/3} = 3^{(15-7)/21} = 3^{8/21} = \sqrt[21]{3^8}$$

2 Calcula los siguientes productos de radicales.

a) $\sqrt[5]{7^3} \cdot \sqrt{7} = 7^{3/5} \cdot 7^{3/2} = 7^{3/5+3/2} = 7^{(6+15)/10} = 7^{21/10} = \sqrt[10]{7^{21}}$

b) $\sqrt[7]{6^2} + 6 = 6^{\text{---}} \cdot 6 = 6^{\text{---}+ \text{---}} = 6^{9/7} = \sqrt[7]{6^9}$

c) $\sqrt{3^3} \cdot \sqrt[5]{3^2} = 3^{\text{---}} \cdot 3^{\text{---}} = 3^{\text{---}+ \text{---}} = 3^{19/10} = \sqrt[10]{3^{19}}$

d) $\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2^{3/4} \cdot 2^{2/3} \cdot 2^{1/2} = 2^{\text{---}} = 2^{\text{---}} = 2^{23/12} = \sqrt[12]{2^{23}}$

3 Halla estos cocientes de radicales.

a) $\sqrt{2} : \sqrt[3]{2} = 2^{1/2} : 2^{1/3} = 2^{1/2-1/3} = 2^{(3-2)/6} = 2^{1/6} = \sqrt[6]{2}$

b) $\sqrt[3]{8^5} : \sqrt[3]{8^2} = \text{---}$

c) $\sqrt[7]{5} : \sqrt[4]{5^3} = \text{---}$

d) $(\sqrt[3]{3^7} \cdot \sqrt[3]{3^4}) : \sqrt{3^2} = (3^{\text{---}} \cdot 3^{\text{---}}) : 3 = 3^{\text{---}} : 3 = 3^{8/3} = \sqrt[3]{3^8}$

OPERAR CON RADICALES

Nombre: Curso: Fecha: **RACIONALIZAR DENOMINADORES**

Racionalizar un denominador es el proceso mediante el que hacemos desaparecer el radical del denominador de la fracción.

Este proceso consiste en multiplicar el numerador y el denominador por una expresión adecuada que haga que en el denominador se elimine la raíz.

EJEMPLO

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{1 \cdot \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}} = \frac{\sqrt[5]{3^3}}{3}$$

$$\frac{1}{3 - \sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2})} = \frac{3 + \sqrt{2}}{7}$$

En este caso, utilizamos la propiedad de que una suma por una diferencia de dos números es igual a una diferencia de cuadrados:

$$(3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2}) = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 9 - 2 = 7$$

4 Racionaliza los denominadores de las fracciones.

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} =$

b) $\frac{1}{\sqrt[3]{2^2}} =$

c) $\frac{5}{2 + \sqrt{3}} = \frac{5 \cdot (2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3})} = \frac{\quad}{\quad} = 10 - 5\sqrt{3}$

d) $-\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = -\frac{1 \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})} = -\frac{\quad}{\quad} = -\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \frac{(1 + \sqrt{2}) \cdot (\quad)}{(1 - \sqrt{2}) \cdot (\quad)} = \frac{(\quad)^2}{\quad} = -(1 + \sqrt{2})^2$

f) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{\square \cdot \square}{\square \cdot \square} = \frac{\sqrt{15}}{10}$

g) $\frac{2}{1 - \sqrt{3}} =$

CALCULAR LOGARITMOS Y UTILIZAR SUS PROPIEDADES

Nombre: Curso: Fecha:

Dados dos números reales positivos a y b ($a \neq 1$), el **logaritmo de b en base a** es el exponente al que hay que elevar a para que el resultado sea b .

$$\log_a b = c \rightarrow a^c = b$$

Cuando la base de los logaritmos es 10, se llaman **logaritmos decimales**, y la base no se escribe: $\log_{10} b = \log b$

Si la base es el número $e = 2,7182\dots$, se llaman **logaritmos neperianos**, y se escribe: $\ln b$

EJEMPLO

Aplica la definición de logaritmo, y halla el valor de x .

a) $\log_5 \sqrt{5} = x$

a) $5^x = \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $\log_x \frac{1}{64} = 6$

b) $x^6 = \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

c) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = x$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81 \rightarrow 3^{-x} = 3^4 \rightarrow x = -4$

ACTIVIDADES

1 Calcula los logaritmos, mediante la definición.

a) $\log_5 125$

b) $\log 1000$

c) $\log_2 64$

d) $\log_4 64$

e) $\ln e^4$

2 Halla, aplicando la definición, estos logaritmos.

a) $\log 0,01$

b) $\log_3 \sqrt{27}$

c) $\log_{\frac{1}{4}} 64$

d) $\ln \frac{1}{e^6}$

e) $\log_2 \frac{2}{\sqrt{2}}$

3 Calcula el valor de x en cada caso.

a) $\log_x 125 = 3$

b) $\log x = -4$

c) $\log_3 (x + 2) = 3$

d) $\log_x 81 = 729$

CALCULAR LOGARITMOS Y UTILIZAR SUS PROPIEDADES

Nombre: Curso: Fecha:

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

EJEMPLO

Resuelve estas operaciones con logaritmos.

a) $\ln e^6 = 6 \cdot \ln e = 6 \cdot 1 = 6$

b) $\log 0,01 - \log 10 = \log \left(\frac{0,01}{10}\right) = \log 0,001 = \log 10^{-3} = -3 \cdot \log 10 = -3 \cdot 1 = -3$

c) $\log_{25} 3125 = \log_{25} (25^2 \cdot 5) = \log_{25} 25 + \log_{25} 5 = 1 + \log_{25} \sqrt{25} = 1 + \log_{25} 25^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

4 Calcula, usando las propiedades, los siguientes logaritmos.

a) $\log_4 1$

d) $\log 1000 + \log 0,01$

b) $\log_3 3$

e) $\ln e^7 - \ln e^5 + \ln e^8$

c) $\log_4 2048$

f) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$

CAMBIO DE BASE

Para trabajar los logaritmos con la calculadora, es necesario que sean decimales o neperianos. Cuando no es así, utilizamos el **cambio de base** para transformarlos.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

EJEMPLO

Halla con la calculadora.

a) $\log 453$

b) $\log_5 769$

a) $453 \text{ (log) (=) } 2,65609\dots$

b) $\log_5 769 = \frac{\log 769}{\log 5} = \frac{2,8859\dots}{0,6989\dots} = 4,1288\dots$

5 Convierte en logaritmos decimales, y halla su valor, ayudándote de la calculadora.

a) $\log_2 3$

b) $\log_3 2$

c) $\log_6 35$

6 Transforma en logaritmos neperianos los logaritmos y obtén su valor mediante la calculadora.

a) $\log 15$

b) $\log_8 4$

c) $\log_4 127$