# RECONOCER FUNCIONES EXPONENCIALES

Nombre: Curso: Fecha:

Una **función exponencial** es una función de la forma $f(x) = a^x$ o $y = a^x$, donde $a$ es un número real positivo ($a > 0$) y distinto de 1 ($a \neq 1$).

La función exponencial $f(x) = a^x$ verifica que:

- $f(0) = a^0 = 1$, un punto de su gráfica es (0, 1).
- $f(1) = a^1 = a$, un punto de su gráfica es $(1, a)$.
- La función es creciente si $a > 1$.
- La función es decreciente si $a < 1$.

## EJEMPLO

**Representa las siguientes funciones exponenciales.**

**a)** $y = 2^x$ **b)** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Realizamos una tabla de valores utilizando la calculadora, por ejemplo:

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 \boxed{:} 2 = \boxed{x^y} 2 = 0{,}25$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 1 \boxed{:} 2 = \boxed{x^y} \boxed{\pm} 2 = 4$

a)

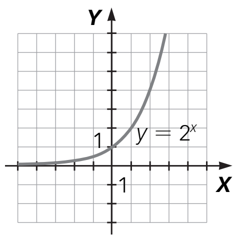
| $x$ | −4 | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2^x$ | 0,0625 | 0,125 | 0,25 | 0,5 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

b)

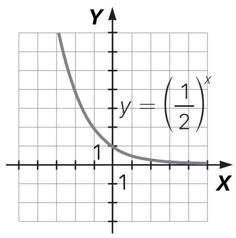
| $x$ | −4 | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | 0,5 | 0,25 | 0,125 | 0,0625 |

Representamos las funciones sobre los ejes de coordenadas:

a)




b)




## ACTIVIDADES

**1** Realiza una tabla de valores y representa las funciones exponenciales.

a) $y = 4^x$

| $x$ | $y = 4^x$ | $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ |
|---|---|---|
| −2 | | |
| −1 | | |
| 0 | | |
| 1 | | |
| 2 | | |

b) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

# RECONOCER FUNCIONES EXPONENCIALES

Nombre: Curso: Fecha:

- Las funciones $y = a^x + b$ son de tipo exponencial. Su gráfica se obtiene trasladando la gráfica de $y = a^x$ en $b$ unidades hacia arriba si $b$ es positivo, y en $b$ unidades hacia abajo, si es negativo.
- Las funciones $y = a^{x+b}$ son también de tipo exponencial. Su gráfica se obtiene trasladando la gráfica de $y = a^x$ en $b$ unidades hacia la izquierda si $b$ es positivo, y en $b$ unidades hacia la derecha, si es negativo.

EJEMPLO

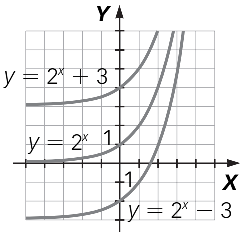
**Representa, en los mismos ejes que $y = 2^x$, las funciones exponenciales.**

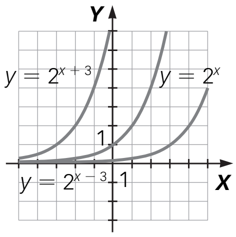
**a)** $y = 2^{x+3}$ **b)** $y = 2^{x-3}$ **c)** $y = 2^x + 3$ **d)** $y = 2^x - 3$

Realizamos la siguiente tabla de valores:

| $x$ | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = 2^x$ | 0,125 | 0,25 | 0,5 | 1 | 2 | 4 | 8 |
| $y = 2^{x+3}$ | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |
| $y = 2^{x-3}$ | 0,015625 | 0,03125 | 0,0625 | 0,125 | 0,25 | 0,5 | 1 |
| $y = 2^x + 3$ | 3,125 | 3,25 | 3,5 | 4 | 5 | 7 | 11 |
| $y = 2^x - 3$ | −2,875 | −2,75 | −2,5 | −2 | −1 | 1 | 5 |

Representamos las funciones sobre los ejes de coordenadas:




**2** Representa, en los mismos ejes que y = 1,5x, las funciones exponenciales.

a) $y = 1{,}5^{x+2}$ b) $y = 1{,}5^{x-1}$ c) $y = 1{,}5^x + 2$ d) $y = 1{,}5^x - 1$

| $x$ | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = 1{,}5^x$ | | | | | | | |
| $y = 1{,}5^{x+2}$ | | | | | | | |
| $y = 1{,}5^{x-1}$ | | | | | | | |
| $y = 1{,}5^x + 2$ | | | | | | | |
| $y = 1{,}5^x - 1$ | | | | | | | |

# APLICAR FUNCIONES EXPONENCIALES AL INTERÉS COMPUESTO

Nombre: Curso: Fecha:

El **capital final**, $C_f$, obtenido al invertir un **capital**, $C$, a un **rédito**, $r$, durante un **tiempo**, $t$, a **interés compuesto** es: $\boldsymbol{C_f = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}$

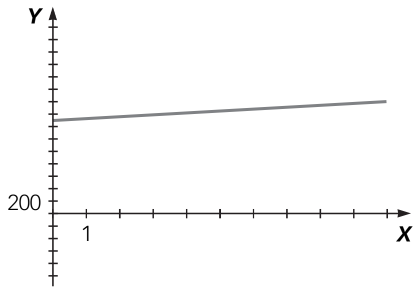
## EJEMPLO

El capital que obtenemos al cabo de $t = 1, 2, 3, 4, 7$ y $10$ años al invertir un capital $C = 1500$ €, a interés compuesto, a un rédito $r = 2\%$, se calcula mediante la fórmula:

$$C_f = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 1500 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^t = 1500 \cdot 1{,}02^t$$

Podemos considerar la fórmula como una función exponencial. Al representarla se observa la evolución del capital invertido. El capital inicial es el punto de corte de la gráfica con el eje $Y$.

| $X$ | $C_f = 1500 \cdot 1{,}02^t$ |
|---|---|
| 1 | 1 530 |
| 2 | 1 560,60 |
| 3 | 1 591,81 |
| 4 | 1 623,65 |
| 7 | 1 723,03 |
| 10 | 1 828,49 |




Para calcular cuánto se tiempo tardará en conseguir 1 650 €, hallamos el punto de la gráfica que corresponde a 1 650 € en el eje vertical, y determinamos su coordenada del eje horizontal.

En este caso se tardará aproximadamente 4,8 años, es decir, unos 4 años y 10 meses.

## ACTIVIDADES

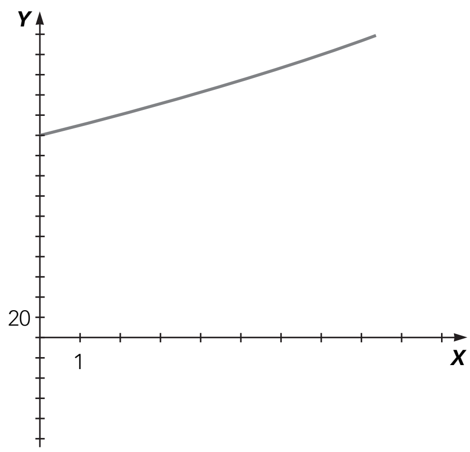
**1** Halla el capital que obtendremos en los 6 primeros años al invertir, a interés compuesto, un capital de 500 € a un rédito del 2,5 %.

**2** La gráfica representa cómo evoluciona un capital C, invertido a interés compuesto, con un rédito del 5 %. Contesta a las siguientes cuestiones.

a) ¿Cuál es el capital inicial?

b) Indica el capital final que se obtendrá a los 4 años.

c) ¿Cuánto tiempo aproximado ha de pasar para tener 2 200 €?



# RECONOCER FUNCIONES LOGARÍTMICAS

Nombre: Curso: Fecha:

La **función logarítmica** es de la forma $\boldsymbol{f(x) = \log_a x}$, donde $a$ es un número real positivo ($a > 0$) y distinto de 1 ($a \neq 1$).

La función logarítmica $y = \log_a x$ verifica que:

- El dominio es $(0, +\infty)$.
- $\log_a 1 = 0 \rightarrow$ Un punto de su gráfica es $(1, 0)$.
- $\log_a a = 1 \rightarrow$ Un punto de su gráfica es $(a, 1)$.
- La función es creciente cuando $a > 1$ y es decreciente cuando $a < 1$.

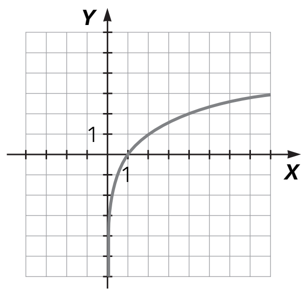
## EJEMPLO

**Representa la función logarítmica $f(x) = \log_2 x$.**

Como el Dominio $f = (0, +\infty)$ y $a > 1$, la función es creciente.

Pasa por los puntos $(1, 0)$ y $(2, 1)$. Construimos una tabla de valores.

| $x$ | $\log_2 x$ |
|---|---|
| 0,25 | $-2$ |
| 0,5 | $-1$ |
| 1 | 0 |
| 2 | 1 |
| 3 | 1,5849… |
| 4 | 2 |




## ACTIVIDADES

**1** Describe las características de las siguientes funciones, y compruébalas representando su gráfica en los mismos ejes.

a) $y = \log_3 x$

b) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

**2** Asocia cada función con su gráfica.

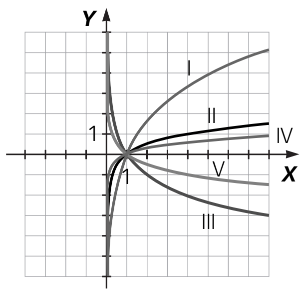
a) $y = \log x$ I)

b) $y = \log_{0,5} x$ II)

c) $y = \log_4 x$ II)

d) $y = \log_{1,5} x$ IV)

e) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ V)



# RECONOCER FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Nombre: Curso: Fecha:

La función $y = sen\ x$ tiene las siguientes características:

- Está definida para cualquier valor → Dominio $= \mathbb{R}$
- Como $-1 \leq sen\ x \leq 1$ → Recorrido $= [-1, 1]$
- Es periódica de período $2\pi$:

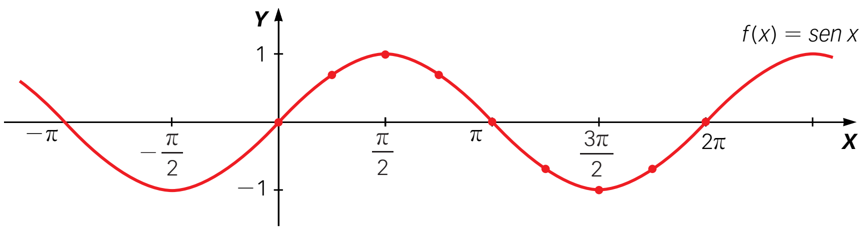
  $sen\ x = sen\ (x + 2k\pi)$, con $k \in \mathbb{Z}$
- $sen\ (-x) = -sen\ (x)$ → Es simétrica respecto del origen de coordenadas.

Para representar esta función, como es periódica de período $2\pi$, construimos una tabla para valores entre 0 y $2\pi$, representamos la función en ese intervalo y repetimos la gráfica a la derecha y a la izquierda.

## EJEMPLO

**Representa la función $y = sen\ 2x$.**

| $x$ | 0 | $\frac{\pi}{4} = 45°$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4} = 135°$ | $\pi$ | $\frac{5\pi}{4} = 225°$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4} = 315°$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $sen\ x$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-1$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 |




## ACTIVIDADES

**1** Representa la función trigonométrica $y = 2 + sen\ x$.

**2** Representa la función trigonométrica $y = sen\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

# RECONOCER FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Nombre: Curso: Fecha:

La función $y = cos\ x$ tiene las siguientes características:

- Está definida para cualquier valor → Dominio $= \mathbb{R}$
- Como $-1 \leq cos\ x \leq 1$ → Recorrido $= [-1, 1]$
- Es periódica de período $2\pi$:

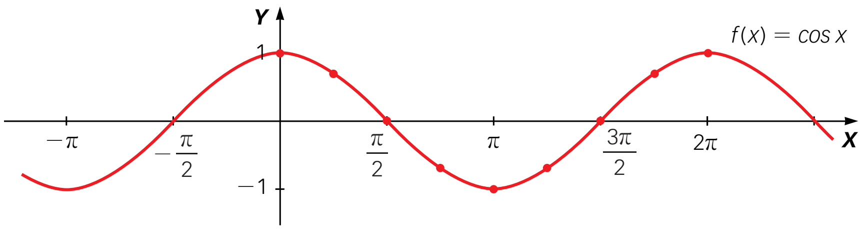
  $cos\ x = cos\ (x + 2k\pi)$, con $k \in \mathbb{Z}$
- $cos\ (-x) = -cos\ (x)$ → Es simétrica respecto del origen de coordenadas.

Para representar esta función, como es periódica de período $2\pi$, construimos una tabla para valores entre 0 y $2\pi$, representamos la función en ese intervalo y repetimos la gráfica a la derecha y a la izquierda.

EJEMPLO

**Representa la función $y = cos\ 2x$.**

| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{4} = 45°$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4} = 135°$ | $\pi$ | $\frac{5\pi}{4} = 225°$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4} = 315°$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $cos\ x$ | $1$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $0$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-1$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $0$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $1$ |




**1** Representa la función trigonométrica $y = 2 + cos\ x$.

**2** Representa la función trigonométrica $y = cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.