RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Nombre: Curso: Fecha:

Resolver una ecuación es hallar el valor de la incógnita que cumple la ecuación.

Para resolver una ecuación de primer grado, **transponemos términos**, lo que consiste en pasar a un miembro (normalmente, al izquierdo) todos los términos con x, y al otro miembro (el derecho), todos los números o términos independientes (términos sin x).

Se deberán tener en cuenta las siguientes reglas.

- **Regla de la suma:** un término que está **sumando** en un miembro de la ecuación pasa al otro miembro **restando**, y si está **restando** pasa **sumando**.
- **Regla del producto:** un término que está **multiplicando** en un miembro de la ecuación pasa al otro miembro **dividiendo**, y si está **dividiendo** pasa **multiplicando**.

EJEMPLO

Resuelve esta ecuación de primer grado por transposición: $5x - 3 = 3x + 11$

- Sumamos 3 en los dos miembros:

$$5x - 3 + 3 = 3x + 11 + 3 \rightarrow 5x = 3x + 14$$

- Para eliminar el término con x del segundo miembro, restamos $3x$ en ambos miembros:

$$5x - 3x = 3x + 14 - 3x \rightarrow 2x = 14$$

- Para despejar la incógnita x, dividimos ambos miembros de la ecuación entre 2:

$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2} \rightarrow x = 7$$

ACTIVIDADES

1 Resuelve por transposición las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $7x - 1 = 9 - 3x$

b) $5 - 3x = 1 - x + 9 - 3x$

c) $x - 10 = 3x - 7 + 8x - 13$

d) $75 - 37x + 25 - 12x = 318 + x - 10 + 2x$

e) $4x - 18 + x - 7 = 25 - 5x$

f) $5x - 30 + 35 - 10x = 45x - 20 + 65 - 10x$

RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON PARÉNTESIS Y DENOMINADORES

Nombre: Curso: Fecha:

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON PARÉNTESIS

Para resolver una ecuación de primer grado que contiene paréntesis, en primer lugar hay que quitarlos, poniendo atención en los cambios de signo cuando haya un signo negativo delante del paréntesis.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación de primer grado: $(2 + x) - 5(x - 1) = 3(x + 1) + (x - 4)$

- Quitamos los paréntesis: $2 + x - 5x + 5 = 3x + 3 + x - 4$
- Reducimos términos semejantes: $-4x + 7 = 4x - 1$
- Transponemos términos: $-4x - 4x = -1 - 7 \rightarrow -8x = -8$
- Despejamos la x: $x = \frac{-8}{-8} = 1$
- Comprobamos la solución:

$$(2 + x) - 5(x - 1) = 3(x + 1) + (x - 4)$$
$$(2 + 1) - 5(1 - 1) = 3(1 + 1) + (1 - 4)$$
$$3 - 0 = 3 \cdot 2 - 3 \rightarrow 3 = 6 - 3 = 3 \rightarrow 3 = 3$$

La solución es correcta, porque el resultado final de las operaciones es el mismo número en ambos miembros de la ecuación.

ACTIVIDADES

1 Resuelve las ecuaciones de primer grado, comprobando la solución.

a) $(3 - x) + 2(x - 1) = (x - 5) + 2x$

d) $7x - (5 - x) = 4 - (x + 3)$

b) $(7 - 6x) - 5(x + 2) = 3(x + 2) - 2x$

e) $2(x - 5) - 3(1 - x) = 17$

c) $2(5 - x) = 19 - 3(x + 5)$

f) $6(12x - 81) = 80x + 2$

RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON PARÉNTESIS Y DENOMINADORES

Nombre: Curso: Fecha:

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES

Para eliminar los denominadores, hay que calcular su mínimo común múltiplo (m.c.m.) y multiplicar los dos miembros de la ecuación por dicho valor.

EJEMPLO

Resuelve la siguiente ecuación de primer grado: $\frac{x-5}{3} - 2 = \frac{x+1}{2} + 1$

- Calculamos el m.c.m. $(2, 3) = 6$
- Multiplicamos los dos miembros de la ecuación por 6:

$$\frac{6(x-5)}{3} - 6 \cdot 2 = \frac{6(x+1)}{2} + 6 \cdot 1 \qquad 2(x-5) - 12 = 3(x+1) + 6$$

- Quitamos los paréntesis: $2x - 10 - 12 = 3x + 3 + 6$
- Reducimos términos semejantes: $2x - 22 = 3x + 9$
- Transponemos términos: $2x - 3x = 9 + 22 \rightarrow -x = 31 \rightarrow x = -31$
- Comprobamos la solución: $\frac{x-5}{3} - 2 = \frac{x+1}{2} + 1 \rightarrow \frac{-31-5}{3} - 2 = \frac{-31+1}{2} + 1$

$$\frac{-36}{3} - 2 = \frac{-30}{2} + 1 \rightarrow -12 - 2 = -15 + 1 \rightarrow -14 = -14$$

2 Resuelve las siguientes ecuaciones, comprobando las soluciones.

a) $\frac{3x-1}{5} = \frac{2x+1}{3}$

b) $\frac{x-1}{5} + \frac{x+2}{3} = \frac{x}{2} - \frac{x+4}{30}$

c) $\frac{x}{3} + 1 = \frac{x+2}{5} - \frac{x-3}{2} + \frac{2x}{6}$

RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON PARÉNTESIS Y DENOMINADORES

Nombre: Curso: Fecha:

3 Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores, y comprueba el resultado.

a) $2\left(x-\frac{1}{2}\right)+3\left(x-\frac{3}{2}\right)=2\left(x+\frac{1}{2}\right)-\left(x-\frac{3}{2}\right)$

b) $\left(x+\frac{1}{5}\right)-\left(2x-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{5}\left(\frac{7}{2}x+1\right)$

c) $\frac{2x+1}{3}-\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)=\frac{x-1}{6}-\frac{x}{4}$

d) $\frac{3x-1}{2}+2\left(1-\frac{x}{2}\right)=3\left(\frac{x-2}{5}\right)+3$

IDENTIFICAR Y RESOLVER ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Nombre: Curso: Fecha:

Una ecuación de segundo grado con una incógnita es una ecuación que se expresa de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$. Si los coeficientes b y c son distintos de cero, la ecuación se llama **completa**; en caso contrario, es **incompleta**.

EJEMPLO

La ecuación $3x^2 - 4x + 1 = 0$ es una ecuación de segundo grado completa, ya que $a = 3$, $b = -4$ y $c = 1$.

La ecuación $3x^2 + 1 = 0$ es una ecuación de segundo grado incompleta, pues $a = 3$, $b = 0$ y $c = 1$.

La ecuación $3x^2 = 0$ es una ecuación de segundo grado incompleta, porque $a = 3$, $b = 0$ y $c = 0$.

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO INCOMPLETAS

- Ecuaciones del tipo $ax^2 + c = 0 \rightarrow ax^2 = -c \rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{-c}{a}}$

  Dependiendo del valor que tenga c, la ecuación tendrá una, dos o ninguna solución.

- Ecuaciones del tipo $ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \rightarrow x = \dfrac{-b}{a} \end{cases}$

EJEMPLO

- La ecuación $2x^2 - 16 = 0$ es incompleta, del tipo $ax^2 + c = 0$, en la que $a = 2$ y $c = -16$.
  Operando con ella, tenemos que: $2x^2 = 16 \rightarrow x^2 = 8 \rightarrow x = \pm\sqrt{8}$
  Luego tiene dos soluciones: $x_1 = \sqrt{8}$ y $x_2 = -\sqrt{8}$
  Comprobamos que son soluciones de la ecuación:
  Si $x = \sqrt{8} \rightarrow 2 \cdot (\sqrt{8})^2 = 2 \cdot 8 = 16$ Si $x = -\sqrt{8} \rightarrow 2 \cdot (-\sqrt{8})^2 = 2 \cdot 8 = 16$
- La ecuación $5x^2 = 0$ es incompleta, del tipo $ax^2 + c = 0$, en la que $a = 5$ y $c = 0$.
  Tiene una única solución, $x = 0$.
- La ecuación $2x^2 + 16 = 0$ es incompleta, del tipo $ax^2 + c = 0$, en la que $a = 2$ y $c = 16$.
  Operando con ella, tenemos que: $2x^2 = -16 \rightarrow x^2 = -8 \rightarrow x = \pm\sqrt{-8}$
  Como no existe $\sqrt{-8}$, la ecuación no tiene solución.

ACTIVIDADES

1 Halla, si es posible, las soluciones de las ecuaciones y comprueba el resultado.

a) $4x^2 - 64 = 0$

b) $4x^2 + 64 = 0$

c) $4x^2 = 0$

IDENTIFICAR Y RESOLVER ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Nombre: Curso: Fecha:

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO COMPLETAS

La fórmula general para resolver una ecuación de segundo grado completa es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Según sea el valor del discriminante se pueden dar tres casos:

- PRIMER CASO. Si $b^2 - 4ac > 0$, existirán dos soluciones: $x_1 = +\sqrt{b^2 - 4ac}$ y $x_2 = -\sqrt{b^2 - 4ac}$
- SEGUNDO CASO. Si $b^2 - 4ac = 0$, hay una única solución, $x = \frac{-b}{2a}$.
- TERCER CASO. Si $b^2 - 4ac < 0$, la raíz $\sqrt{b^2 - 4ac}$ no es un número real y la ecuación no tiene solución.

EJEMPLO

PRIMER CASO. En la ecuación $x^2 - 8x + 15 = 0$, los coeficientes son $a = 1$, $b = -8$ y $c = 15$.

Como $b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 64 - 60 = 4$, tenemos que:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 2}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

- Para $x_1 = 5$: $x^2 - 8x + 15 = 5^2 - 8 \cdot 5 + 15 = 25 - 40 + 15 = 0$
- Para $x_2 = 3$: $x^2 - 8x + 15 = 3^2 - 8 \cdot 3 + 15 = 9 - 24 + 15 = 0$

SEGUNDO CASO. En la ecuación $x^2 - 10x + 25 = 0$, los coeficientes son $a = 1$, $b = -10$ y $c = 25$.

Como $b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0$, tenemos que:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{10}{2} = 5$$

Comprobamos la solución: $x^2 - 10x + 25 = 5^2 - 10 \cdot 5 + 25 = 25 - 50 + 25 = 0$

TERCER CASO. En la ecuación $x^2 + 3x + 12 = 0$, los coeficientes son $a = 1$, $b = 3$ y $c = 12$.

Como $b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 9 - 48 = -39$, y no existe $\sqrt{-39}$, la ecuación no tiene solución.

2 Resuelve las ecuaciones de segundo grado y comprueba las soluciones.

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 12x + 36 = 0$

c) $x^2 - 3x + 2 = 0$

IDENTIFICAR Y RESOLVER ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Nombre: Curso: Fecha:

3 Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba las soluciones.

a) $(x-1)(x+6)-4(3x-4)=0$

b) $x(x-1)+6(x+1)=0$

c) $(x+5)(x-1)-2(x+1)+(x+11)=0$

d) $(x+3)(x-5)+2(x-17)=0$

RESOLVER PROBLEMAS CON ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO

Nombre: Curso: Fecha:

Recuerda los cuatro pasos que debes dar para resolver un problema correctamente:

a) **Leer** detenidamente el enunciado.
b) **Plantear** el problema, en este caso, la ecuación.
c) **Resolver** el problema, en este caso, la ecuación.
d) **Comprobar** el resultado.

EJEMPLO

Halla un número tal que si a sus dos terceras partes se les resta 1, obtenemos 11.

ENUNCIADO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
El número	x
$\frac{2}{3}$ partes del número	$\frac{2x}{3}$
$\frac{2}{3}$ partes del número menos 1	$\frac{2x}{3} - 1$
$\frac{2}{3}$ partes del número menos 1 **es igual** a 11	$\frac{2x}{3} - 1 = 11$

Resolvemos la ecuación:

$$\frac{2x}{3} - 1 = 11 \rightarrow \frac{2x}{3} = 12 \rightarrow$$
$$\rightarrow 2x = 36 \rightarrow x = 18$$

Comprobamos la solución:

$$\frac{2 \cdot 18}{3} - 1 = 11 \rightarrow \frac{36}{3} - 1 = 11 \rightarrow$$
$$\rightarrow 12 - 1 = 11 \rightarrow 11 = 11$$

ACTIVIDADES

1 Calcula tres números consecutivos cuya suma vale 24.
(Con los números x, $x + 1$ *y* $x + 2$, plantea la ecuación correspondiente.)

2 Halla un número tal que su mitad es 5 unidades menor que su triple. A partir de la tabla, resuelve la ecuación.

ENUNCIADO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
El número	x
$\frac{2}{3}$ partes del número	$\frac{x}{2}$
Su triple	$3x$
5 unidades menor que su triple	$3x - 5$
Su mitad es 5 unidades menor que su triple	$\frac{x}{2} = 3x - 5$

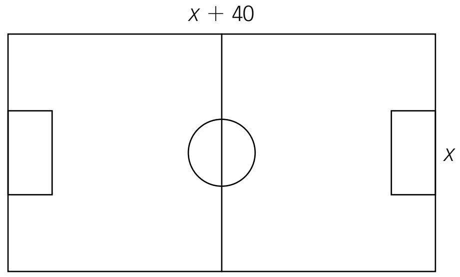
RESOLVER PROBLEMAS CON ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO

Nombre: Curso: Fecha:

3 El perímetro de un campo de fútbol es 280 m, y sabemos que mide 40 m más de largo que de ancho. Halla las dimensiones (largo y ancho).

El perímetro de un polígono es igual a la suma de sus lados:

$P = x + (x + 40) + x + (x + 40) = 2x + 2(x + 40) = 280$



4 Pepe tiene dos años más que su hermana María y tres años más que Juan. Sumando las edades de los tres, el resultado es 40. Halla la edad que tiene cada uno.

Llamamos x = edad de Pepe, $x - 2$ = edad de María y $x - 3$ = edad de Juan

5 El padre de los hermanos del ejercicio anterior tiene 46 años. Sabiendo que Pepe tiene 15 años, María tiene 13 años y Juan tiene 12 años, calcula cuánto tiempo ha de pasar para que la suma de las edades de los tres iguale a la edad de su padre.

En los problemas en los que aparecen edades actuales y futuras conviene elaborar una tabla como la siguiente.

	EDAD ACTUAL	DENTRO DE *x* AÑOS
Pepe	15	$15 + x$
María	13	$13 + x$
Juan	12	$12 + x$
Padre	46	$46 + x$

Planteamos la ecuación:

$$15 + x + 13 + x + 12 + x = 46 + x$$

6 La madre de Pepe, María y Juan tiene 42 años. Calcula cuántos años deben pasar para que la edad de Pepe sea la mitad que la edad de su madre.

	EDAD ACTUAL	DENTRO DE *x* AÑOS
Pepe	15	$15 + x$
María	42	$42 + x$

Planteamos la ecuación:

$$15 + x = \frac{42 + x}{2}$$

RESOLVER PROBLEMAS CON ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO

Nombre: Curso: Fecha:

7 La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 61. Halla de qué números se trata.

Si representamos los números por x y $x + 1$, sus cuadrados serán x^2 y $(x + 1)^2$.
Recuerda que el cuadrado de una suma es: $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1^2$

8 El abuelo de Pepe, María y Juan tiene una edad tal que elevada al cuadrado es igual a 160 veces la suma de las edades de sus tres nietos. Calcula la edad del abuelo.

Tenemos en cuenta que las edades son: Pepe, 15 años; María, 13 años, y Juan, 12 años.

9 Un campo de baloncesto tiene 1000 m^2 de área. Halla sus dimensiones, sabiendo que mide 30 m más de largo que de ancho.

Planteamos y resolvemos la ecuación de segundo grado que se obtiene al sustituir en la fórmula del área del rectángulo. Hay que tener en cuenta que la solución negativa no es válida, pues no tiene sentido una medida de longitud negativa.

10 Si aumentamos el lado de un cuadrado en 2 m, su superficie aumenta en 16 m^2. Calcula lo que medía inicialmente el lado del cuadrado.

	ANTES	DESPUÉS
Lado	15	$x + 2$
Superficie	42	$(x + 2)^2$

