

UTILIZAR DISTINTOS MÉTODOS DE CONTEO

Nombre: Curso: Fecha: **MÉTODO DEL PRODUCTO**

El **método del producto** es un método de conteo que consiste en descomponer el experimento en otros experimentos más simples y multiplicar el número de posibilidades de cada uno de ellos.

EJEMPLO

Sacamos cuatro cartas, sin devolución, de una baraja de 40 cartas. ¿Cuántos resultados diferentes podemos obtener?

- Primera carta \longrightarrow cualquiera de las 40 cartas \longrightarrow 40 posibilidades
- Segunda carta \longrightarrow cualquiera de las 39 cartas restantes \longrightarrow 39 posibilidades
- Tercera carta \longrightarrow cualquiera de las 38 cartas restantes \longrightarrow 38 posibilidades
- Cuarta carta \longrightarrow cualquiera de las 37 cartas restantes \longrightarrow 37 posibilidades

Podemos obtener: $40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 = 2\,193\,360$ resultados

ACTIVIDADES

- 1 Jimena quiere llevarse de vacaciones dos libros y una película. Eligiendo entre cinco libros y ocho películas, ¿de cuántas formas distintas puede hacerlo?
- 2 ¿De cuántas formas diferentes puedes colocar las cifras del número 9432?
- 3 En un restaurante podemos elegir entre tres primeros platos, tres segundos platos, dos postres y cuatro bebidas. ¿De cuántas formas podemos hacerlo?

UTILIZAR DISTINTOS MÉTODOS DE CONTEO

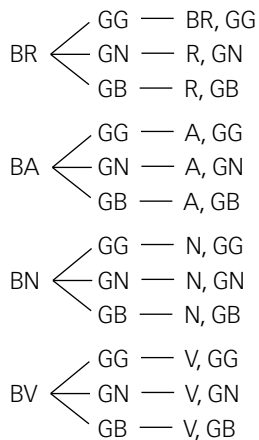
Nombre: Curso: Fecha: **DIAGRAMA DE ÁRBOL**

El **diagrama de árbol** es un método gráfico de conteo que consiste en marcar, como si fueran las ramas en un árbol, las posibilidades que aparecen en cada uno de los experimentos simples en los que se descompone el experimento. El número de posibilidades se obtiene contando las ramas finales.

EJEMPLO

Olivia tiene cuatro bufandas: roja, azul, negra y verde. Nacho tiene tres gorros: gris, naranja y blanco. ¿De cuántas formas diferentes se podrán poner un gorro y una bufanda cada uno si deciden compartir sus prendas?

Los experimentos simples son elegir una bufanda y elegir un gorro. Realizamos un diagrama de árbol.



Olivia y Nacho pueden elegir entre 12 conjuntos de gorro y bufanda.

- 4** Sabemos que Pedro, Alberto y Alejandro han llegado primero, segundo y tercero en una prueba de natación, pero se desconoce en qué orden. Escribe los posibles resultados ayudándote de un diagrama de árbol.

- 5** Con los dígitos 2, 3 y 4 formamos números de dos cifras.
- ¿Cuántos números hay de dos cifras distintas?
 - Si las cifras pueden repetirse, ¿cuántos números podemos hacer?

MANEJAR NÚMEROS COMBINATORIOS

Nombre: Curso: Fecha:

Dado un número natural n , el **factorial de n** se escribe $n!$.

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Se considera que $0! = 1$.

Dados dos números naturales m y n , $m < n$, el **número combinatorio n sobre m** se escribe: $\binom{n}{m}$

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m! \cdot (n - m)!}$$

EJEMPLO

Calcula.

a) $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

b) $\binom{8}{5} = \frac{8!}{5! \cdot (8 - 5)!} = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$

ACTIVIDADES

1 Calcula.

a) $9!$

c) $\binom{14}{11}$

b) $10! - 8!$

d) $\binom{15}{5}$

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS COMBINATORIOS

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \quad \binom{n}{m} = \binom{n}{n - m} \quad \binom{n}{m} + \binom{n}{m + 1} = \binom{n + 1}{m + 1}$$

EJEMPLO

Demuestra que se verifica la igualdad: $\binom{9}{6} + \binom{9}{7} = \binom{10}{7}$

$$\binom{9}{6} + \binom{9}{7} = \frac{9!}{6! \cdot 3!} + \frac{9!}{7! \cdot 2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 2 \cdot 1} = 84 + 36 = 120$$

$$\binom{10}{7} = \frac{10!}{7! \cdot 3!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

1 Demuestra que se verifican las siguientes igualdades.

a) $\binom{12}{3} = \binom{13}{4} - \binom{12}{4}$

b) $\binom{10}{4} = \binom{10}{6}$

c) $\binom{123}{0} = 1$

DISTINGUIR ENTRE VARIACIONES Y PERMUTACIONES

Nombre: Curso: Fecha:

Las **variaciones** de n elementos tomados de m en m , $V_{n,m}$, cuentan los diferentes grupos de m elementos que se pueden formar con los n elementos de un conjunto ($m < n$), siempre que los elementos no se puedan repetir e influya el orden en que los coloquemos.

$$V_{n,m} = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Las **variaciones con repetición** de n elementos, tomados de m en m , $VR_{n,m}$, son variaciones en las que los elementos se pueden repetir.

$$VR_{n,m} = n^m$$

EJEMPLO

Calcula.

a) ¿Cuántos números de tres cifras distintas se forman con los dígitos impares?

b) ¿Y si las cifras se pueden repetir?

a) Tenemos $n = 4$ elementos y los colocamos en grupos de $m = 3$ elementos. Influye el orden, por ejemplo, $315 \neq 351$. Las cifras han de ser distintas.

$$V_{4,3} = \frac{4!}{1!} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ números}$$

b) Tenemos $n = 4$ elementos y los colocamos en grupos de $m = 3$ elementos. Influye el orden, por ejemplo, $315 \neq 351$. Las cifras pueden repetirse.

$$VR_{4,3} = 4^3 = 64 \text{ números}$$

ACTIVIDADES

1 Se asigna a cada uno de los 25 alumnos de una clase un número. Se introducen en una bolsa 25 bolas numeradas, de las cuales sacamos tres. La primera bola que saquemos será para el delegado, la segunda para el subdelegado y la tercera para el secretario de la clase. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

2 Una caja tiene una bola de cada uno de estos colores: rojo, azul, verde y amarillo. Se extraen, de una en una, tres bolas y se colocan sobre una mesa en el orden de extracción.

a) ¿Cuántas colocaciones diferentes podemos tener si la bola extraída no se devuelve a la urna?

b) ¿Y si la bola se extrae con devolución?

DISTINGUIR ENTRE VARIACIONES Y PERMUTACIONES

Nombre: Curso: Fecha:

EJEMPLO

¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas en ocho butacas del cine?

En las distintas ordenaciones importa el orden. Y como dos personas no se sientan en la misma butaca, no hay elementos repetidos. Además, tenemos 8 elementos.

$$P_8 = 8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320 \text{ formas}$$

3 Daniel, Viviana y Nicolás quieren repartirse tres libros distintos. ¿De cuántas formas diferentes pueden hacer el reparto?

4 Patricia tiene seis postales distintas que quiere enviar a seis amigos. ¿De cuántas maneras diferentes las puede enviar?

5 Con las cifras del número 53412:

- ¿Cuántos números de tres cifras distintas puedo formar?
- Y si se repiten las cifras, ¿cuántos números de tres cifras se obtienen?
- Calcula los números que se pueden formar con las cinco cifras.

6 Realiza las siguientes operaciones.

a) $P_9 - P_7$

b) $V_{6,3} + VR_{3,2}$

c) $P_5 - V_{5,3}$

DISTINGUIR ENTRE VARIACIONES, PERMUTACIONES Y COMBINACIONES

Nombre: Curso: Fecha:

Para distinguir entre variaciones, variaciones con repetición, permutaciones y combinaciones hay que contestar a tres preguntas.

¿Influye el orden?	No	Combinaciones			
	Sí	¿Se trabaja con todos los elementos?	Sí	Permutaciones	
	No		¿Se pueden repetir los elementos?	Sí	Variaciones con repetición
				No	Variaciones

EJEMPLO

Halla cuántas palabras de tres letras distintas, tengan o no sentido, pueden formarse con las letras de la palabra CAMINO si todas deben empezar por C y no pueden contener la letra O.

¿Influye el orden? Sí

¿Se trabaja con todos los elementos? No

¿Se pueden repetir los elementos? No

Son variaciones, como todas las palabras han de empezar por C y no pueden incluir la letra O, con $n = 4$ elementos tomados en grupos de $m = 3$.

$$V_{4,3} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \text{ palabras}$$

ACTIVIDADES

1 ¿De cuántas formas distintas podemos colocar nueve discos en una caja?

¿Influye el orden?

¿Se trabaja con todos los elementos?

¿Se pueden repetir los elementos?

2 Pilar confecciona jerseys de dos colores. Si tiene lana de 10 colores diferentes, ¿cuántos tipos de jerseys puede hacer?

¿Influye el orden?

¿Se trabaja con todos los elementos?

¿Se pueden repetir los elementos?

Nombre: Curso: Fecha:

- 3** Con los números 1, 2, 3, 4 y 5, ¿cuántos múltiplos de 5 de tres cifras se pueden formar?
- Las cifras han de ser distintas.
 - Las cifras se pueden repetir.
- 4** Un alumno tiene 9 asignaturas en un curso. La nota de cada asignatura puede ser suspenso, aprobado, bien, notable o sobresaliente. ¿Cuántos boletines de notas distintos puede obtener?
- 5** En una oposición el temario consta de 75 temas. El día del examen se eligen dos temas al azar. ¿Cuántos exámenes se pueden hacer?
- 6** Un bar prepara bocadillos de tres ingredientes. Si dispone de 12 ingredientes distintos, ¿cuántas clases de bocadillos puede preparar?
- 7** Con los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6, ¿cuántos números pares de seis cifras distintas se pueden formar?