ACTIVIDADES

1 En una bolsa hay 2 bolas azules, 4 verdes y el resto son rojas. Sacamos una bola y anotamos su color. Razona, en cada caso, cuántas bolas hay y de qué color deben ser para que se cumpla:

a) P (Bola roja) $= \frac{4}{7}$

b) P (Bola azul) $= 0{,}2$

c) P (Bola verde) $= \frac{4}{15}$

d) P (Bola roja) $= 0{,}5$

2 En el Oeste, tres vaqueros tienen que realizar una acción arriesgada, por lo que cortan tres palitos de distinta longitud, los tapan de forma que muestren la misma altura y cada vaquero elige uno. El que coge el más corto, pierde. ¿Por qué nunca discuten sobre quién elige primero?

3 Tengo en el bolsillo dos monedas de 20 céntimos, dos de 10 céntimos y dos de 5 céntimos. Si saco dos monedas al azar, ¿cuál es la probabilidad de obtener una cantidad superior o igual a 20 céntimos?

4 Después de revisar los cuadernos de sus alumnos, un profesor los devuelve dejándolos en los pupitres correspondientes. Pero le quedan tres que no tienen nombre. Calcula la probabilidad de que dejando los cuadernos al azar en los tres pupitres que quedan libres, acierte a darle a cada alumno el suyo.

5 En una clase de 23 alumnos, el tutor revisa las fichas de sus alumnos y comprueba que dos alumnos cumplen años el mismo día del mismo mes. Al comentárselo al profesor de Matemáticas, este le dice que eso es más habitual que lo contrario, es decir, que no haya ninguna coincidencia. Comprueba que el profesor de Matemáticas tiene razón.

6 Nadal es mejor que Federer en tierra batida y la probabilidad que tiene de ganarle un set es $\frac{3}{5}$. Si el cansancio afecta a ambos por igual, explica por qué Nadal prefiere jugar al mejor de 5 sets que al mejor de 3 sets.

1 En una bolsa hay 2 bolas azules, 4 verdes y el resto son rojas. Sacamos una bola y anotamos su color. Razona, en cada caso, cuántas bolas hay y de qué color deben ser para que se cumpla:

a) P (Bola roja) $= \frac{4}{7}$ c) P (Bola verde) $= \frac{4}{15}$

b) P (Bola azul) $= 0{,}2$ d) P (Bola roja) $= 0{,}5$

a) Tenemos que, como mínimo hay 6 bolas. Si hubiese 7, solo habría una bola roja y su probabilidad no sería $\frac{4}{7}$. De modo que consideramos que se ha simplificado la fracción de casos posibles/casos totales. Si la fracción es $\frac{8}{14}$, quiere decir que hay 14 bolas y tenemos que 6 no son rojas, lo que hace que 8 sean rojas; así su probabilidad sería $\frac{8}{14}$.
Hay 14 bolas en total y 8 son rojas.

b) Hay 2 bolas azules, $\frac{2}{N} = 0{,}2 \rightarrow N = 10$. Hay 10 bolas de las cuales 4 son rojas.

c) Hay 4 bolas verdes, de modo que habrá 15 bolas en total, de las cuales 9 serán rojas.

d) La mitad de las bolas son rojas, esto quiere decir que hay 12 bolas y 6 rojas.

2 En el Oeste, tres vaqueros tienen que realizar una acción arriesgada, por lo que cortan tres palitos de distinta longitud, los tapan de forma que muestren la misma altura y cada vaquero elige uno. El que coge el más corto, pierde. ¿Por qué nunca discuten sobre quién elige primero?

El que elige primero tiene $\frac{1}{3}$ probabilidades de coger el palito corto. Si no coge el corto, el siguiente tiene un 50 % de probabilidad de coger el corto.

No discuten quién coge primero porque el primero no tiene más opciones de no coger el palito corto y a ninguno le importa ser el primero.

3 Tengo en el bolsillo dos monedas de 20 céntimos, dos de 10 céntimos y dos de 5 céntimos. Si saco dos monedas al azar, ¿cuál es la probabilidad de obtener una cantidad superior o igual a 20 céntimos?

20	20	40
	10	30
	10	30
	5	25
	5	25
10	20	30
	20	30
	10	20
	5	15
	5	15
5	20	25
	20	25
	10	15
	10	15
	5	10

Hay $5 \cdot 3 = 15$ posibles resultados, de los cuales 10 son mayores o iguales que 20.

La probabilidad es de $\frac{2}{3}$.

4 Después de revisar los cuadernos de sus alumnos, un profesor los devuelve dejándolos en los pupitres correspondientes. Pero le quedan tres que no tienen nombre. Calcula la probabilidad de que dejando los cuadernos al azar en los tres pupitres que quedan libres, acierte a darle a cada alumno el suyo.

Sean A, B y C los cuadernos y X, Y y Z las mesas.
Las posibilidades son:

AX-BY-CZ *AX-BZ-CY* *AY-BX-CZ*
AY-BZ-CX *AZ-BX-CY* *AZ-BY-CX*

Y solo una es correcta. La probabilidad de acertar es $\frac{1}{6}$.

5 **En una clase de 23 alumnos, el tutor revisa las fichas de sus alumnos y comprueba que dos alumnos cumplen años el mismo día del mismo mes. Al comentárselo al profesor de Matemáticas, este le dice que eso es más habitual que lo contrario, es decir, que no haya ninguna coincidencia. Comprueba que el profesor de Matemáticas tiene razón.**

A = Al menos dos alumnos celebran su cumpleaños a la vez

$\overline{A}$ = No hay dos alumnos que celebren su cumpleaños a la vez

Consideramos que hay dos alumnos y veamos la probabilidad de $\overline{A}$:

- Casos posibles: $365^2 = 133\,225$
- Casos favorables: El primero puede haber nacido uno de los 365 días del año, el siguiente uno de los 364 días restantes: $365 \cdot 364 = 132\,860$

Probabilidad: $\dfrac{132\,860}{133\,225} = 0{,}9973$

Consideramos que hay tres alumnos y veamos la probabilidad de $\overline{A}$:

- Casos posibles: $365^3 = 48\,627\,125$
- Casos favorables: El primero puede haber nacido uno de los 365 días del año, el siguiente uno de los 364 días restantes y el tercero uno de los 363 que quedan: $365 \cdot 364 \cdot 363 = 48\,228\,180$

Probabilidad: $\dfrac{48\,228\,180}{48\,627\,125} = 0{,}9918$

Generalizando, tenemos que para 23 alumnos, la probabilidad de $\overline{A}$ es 0,4927. De modo que la probabilidad de A, que es que dos alumnos cumplan años el mismo día es, $1 - 0{,}4927 = 0{,}5073$. Es más probable que cumplan años el mismo día que no.

6 **Nadal es mejor que Federer en tierra batida y la probabilidad que tiene de ganarle un set es $\frac{3}{5}$. Si el cansancio afecta a ambos por igual, explica por qué Nadal prefiere jugar al mejor de 5 sets que al mejor de 3 sets.**

Si juegan 3 sets, los posibles resultados para perder el partido es que pierda los dos primeros sets o que gane uno de los dos primeros sets y pierda el tercero, esto es:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2\left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}\right) = \frac{4}{25} + \frac{24}{125} = 0{,}352$$

Si juegan 5 sets, los posibles resultados son:

- Puede perder los tres primeros.
- Puede jugarse a 4 sets en los que hay 3 opciones:
  - Pierde los dos primeros, gana el tercero, pierde el cuarto.
  - Pierde el primero, gana el segundo, pierde el tercero y el cuarto.
  - Gana el primero y pierde los tres últimos.
- Puede jugarse a 5 sets en las que hay 6 opciones:
  - Pierde los dos primeros, gana el tercero y el cuarto, pierde el quinto.
  - Pierde el primero, gana el segundo y el tercero, pierde el cuarto y el quinto.
  - Pierde el primero, gana el segundo, pierde el tercero, gana el cuarto y pierde el quinto.
  - Gana los dos primeros, pierde los tres últimos.
  - Gana el primero, pierde el segundo, gana el tercero y pierde los dos últimos.
  - Gana el primero, pierde el segundo y el tercero, gana el cuarto y pierde el quinto.

La probabilidad de perder el partido es:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + 3\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5}\right) + 6\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}\right) =$$

$$= \frac{8}{125} + \frac{72}{625} + \frac{432}{3\,125} = 0{,}317$$

La probabilidad de perder es menor en 5 sets que en 3 sets.