DETERMINAR LOS ELEMENTOS DE UN VECTOR

Nombre: Curso: Fecha:

EJES DE COORDENADAS

Unos ejes de coordenadas están formados por dos rectas, una horizontal y otra vertical.

- La recta horizontal se llama **eje de abscisas o eje *X***.
- La recta vertical se llama **eje de ordenadas o eje *Y***.
- El punto donde se cortan los ejes se llama **origen de coordenadas**.

PUNTOS

Un punto en el plano, A, viene representado por dos coordenadas, la primera indica su situación en el eje X, y la segunda, su posición en el eje Y: $A(x, y)$.

ELEMENTOS DE UN VECTOR

Dos puntos A y B determinan un vector fijo $\overrightarrow{AB}$.

A: origen del vector.

B: extremo del vector.

Coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$. Se obtienen hallando la diferencia entre las coordenadas del extremo B y del origen A: $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

Módulo del vector $\overrightarrow{AB}$. $|\overrightarrow{AB}|$ es la longitud del segmento AB.

El módulo de un vector $\overrightarrow{AB} = (x, y)$ es $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Dirección del vector $\overrightarrow{AB}$. Es la dirección de la recta AB.

Sentido del vector $\overrightarrow{AB}$. Es el que va del origen (A) al extremo (B).

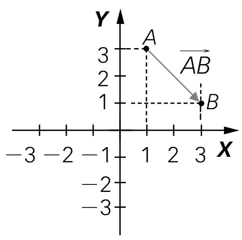
EJEMPLO

Considera los puntos $A(1, 3)$ y $B(3, 1)$.

Las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$ son: $(3 - 1, 1 - 3) = (2, -2)$.

La primera coordenada (2) representa el desplazamiento en el eje X.

La segunda coordenada (-2) representa el desplazamiento en el eje Y.



ACTIVIDADES

1 Dados los puntos de coordenadas $A(2, 3)$, $B(-1, 4)$, $C(0, 6)$ y $D(-3, 7)$:

a) Halla las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$.

b) ¿Qué módulo tienen los vectores $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{BD}$?

RECONOCER LOS DISTINTOS MOVIMIENTOS

Nombre: Curso: Fecha:

MOVIMIENTOS

Son las transformaciones geométricas que conservan las distancias y los ángulos.

TRASLACIÓN

Una traslación de vector $\vec{v} = (v_1, v_2)$ es un movimiento que transforma cualquier punto $A(x, y)$ en otro punto A' cuyas coordenadas son $A'(x + v_1, y + v_2)$.

EJEMPLO

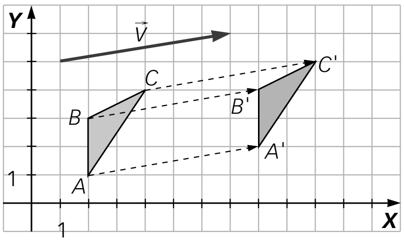
Dados los puntos $A(2, 1)$, $B(2, 3)$ y $C(4, 4)$, trasládalos según el vector $\vec{v}(6, 1)$.

Trasladamos $A(2, 1)$: $A'(2 + 6, 1 + 1) \rightarrow A'(8, 2)$

Trasladamos $B(2, 3)$: $B'(2 + 6, 3 + 1) \rightarrow B'(8, 4)$

Trasladamos $C(4, 4)$: $C'(4 + 6, 4 + 1) \rightarrow C'(10, 5)$

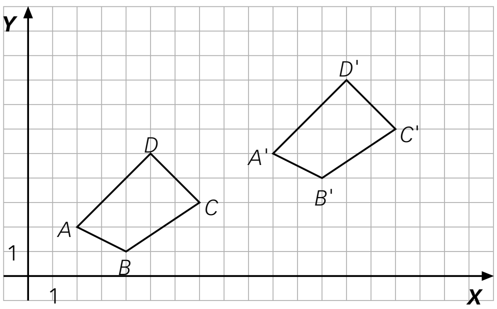
A', B' y C' son la traslación de los puntos A, B y C mediante el vector $\vec{v} = (6, 1)$. Si dibujamos A, B, C, A', B', C', podemos observar lo que ha ocurrido:



ACTIVIDADES

1 Un cuadrado tiene como vértices los puntos $A(-1, 1)$, $B(1, 1)$, $C(1, -1)$ y $D(-1, -1)$. Halla su trasladado por el vector $\vec{v} = (4, -2)$.

2 El cuadrilátero $ABCD$ se ha trasladado y se ha obtenido $A'B'C'D'$.



a) ¿Qué coordenadas tienen los vectores $\overrightarrow{AA'}$ y $\overrightarrow{BB'}$?

b) ¿Cuáles son las coordenadas del vector traslación que transforma $ABCD$ en $A'B'C'D'$?

RECONOCER LOS DISTINTOS MOVIMIENTOS

Nombre: Curso: Fecha:

GIRO

- Un **giro** es un movimiento angular de α grados con respecto a un punto determinado, denominado centro de giro.
- Las coordenadas de los puntos transformados por un giro no tienen una expresión sencilla como ocurre con las traslaciones. Solo en ciertos casos se pueden determinar de forma general:
  - Giro de centro (0, 0) y ángulo 90°: transforma $P(x, y)$ en $P'(-y, x)$
  - Giro de centro (0, 0) y ángulo 180°: transforma $P(x, y)$ en $P'(-x, -y)$
  - Giro de centro (0, 0) y ángulo 270°: transforma $P(x, y)$ en $P'(y, -x)$

EJEMPLO

Gira el punto A(5, −4) respecto al punto (0, 0) un ángulo de 90°, 180° y 270°.

Giro de 90°: $A(5, -4) \rightarrow A'(4, 5)$

Giro de 180°: $A(5, -4) \rightarrow A'(-5, 4)$

Giro de 270°: $A(5, -4) \rightarrow A'(-4, -5)$

3 Un triángulo tiene por vértices los puntos de coordenadas $A(2, 1)$, $B(-1, 4)$ y $C(3, 5)$.

a) Determina el transformado de ABC, $A'B'C'$, por un giro de centro el origen y ángulo 90°.

b) Halla el transformado de $A'B'C'$ por un giro de centro el origen y ángulo 90°.

c) Obtén el transformado de ABC por un giro de centro el origen y ángulo 180°.

4 La estrella de puntas A, B, C, D, E y F se ha girado con centro en el punto O. Completa la tabla, indicando el ángulo de giro.

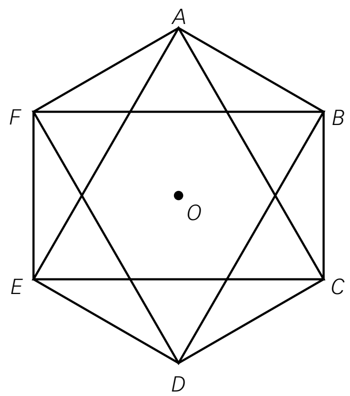


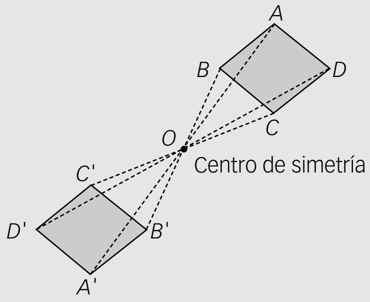
Figura original	Figura final	Ángulo de giro
ABCDEF	*EFABCD*	
	FABCDE	
	CDEFAB	
	DEFABC	
	BCDEFA	

RECONOCER LOS DISTINTOS MOVIMIENTOS

Nombre: Curso: Fecha:

SIMETRÍA RESPECTO A UN PUNTO

La **simetría respecto a un punto** es un giro de 180° con respecto a ese punto, llamado centro de simetría.



5 De las siguientes letras mayúsculas, di cuáles tienen centro de simetría e indícalo.

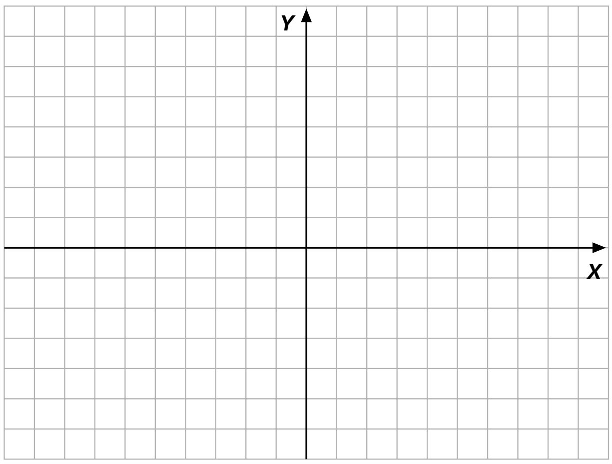
M N O P S T

6 Un triángulo tiene por vértices los puntos $A(2, 3)$, $B(-3, 5)$ y $C(6, 7)$.

a) Determina el transformado de ABC, $A'B'C'$, por una simetría central con centro el origen.

b) Halla su transformado por una simetría con centro el punto A.

7 Al triángulo de vértices $A(2, 3)$, $B(5, 1)$ y $C(4, 6)$ se le aplica una simetría central, con centro el origen, y se convierte en el triángulo $A'B'C'$. Dibuja los triángulos ABC y $A'B'C'$.



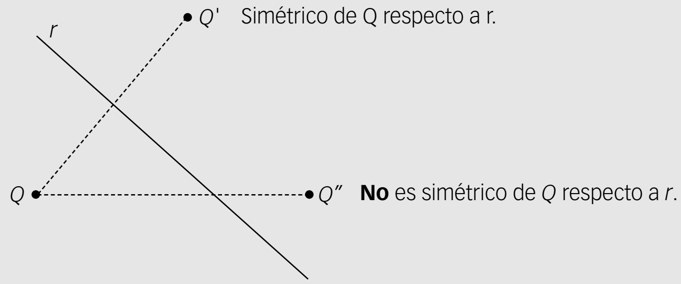
Escribe las coordenadas de los puntos A', B' y C'.

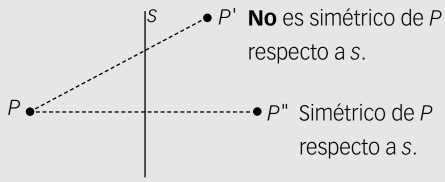
RECONOCER LOS DISTINTOS MOVIMIENTOS

Nombre: Curso: Fecha:

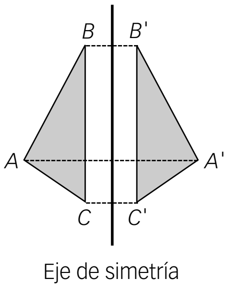
SIMETRÍA RESPECTO A UNA RECTA

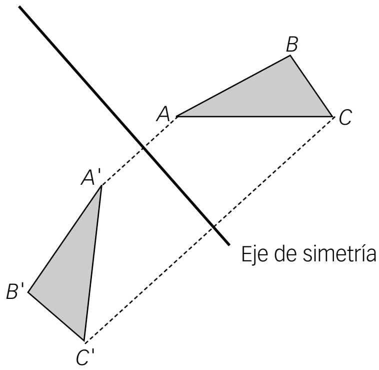
Un punto es simétrico de otro respecto a una recta cuando están a la misma distancia de ella y pertenecen a la misma perpendicular a la recta.

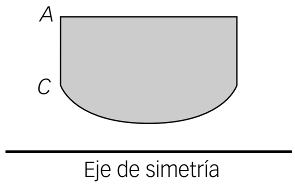




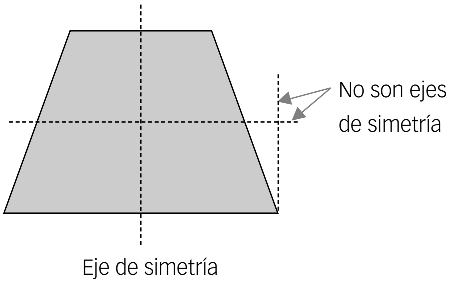
8 Observa los dos primeros ejemplos y dibuja la figura simétrica en el tercer caso.

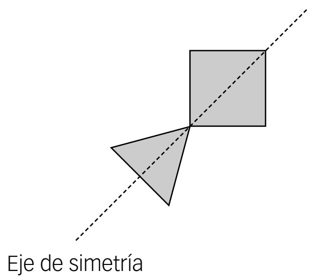


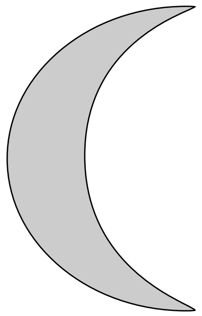


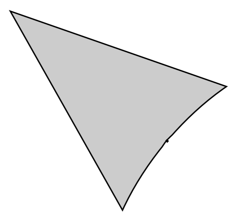


9 Obtén los ejes de simetría de las siguientes figuras.







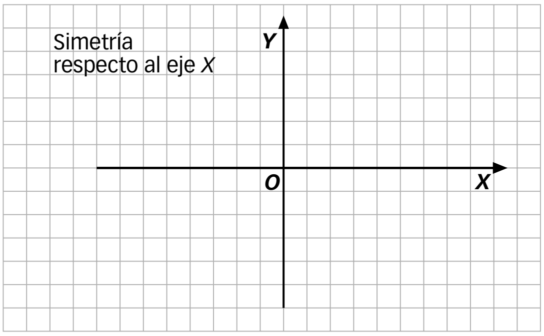


RECONOCER LOS DISTINTOS MOVIMIENTOS

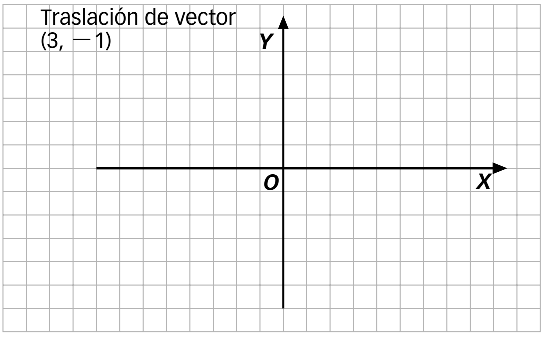
Nombre: Curso: Fecha:

10 Representa, en cada sistema de coordenadas, el triángulo de vértices $A(-2, 1)$, $B(2, 5)$ y $C(3, -2)$. Aplícale el movimiento que se indica en cada caso y dibuja el triángulo resultante.

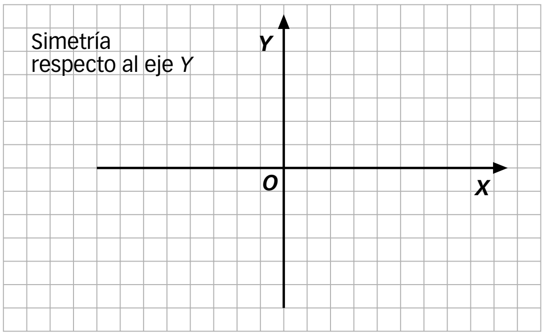
a)



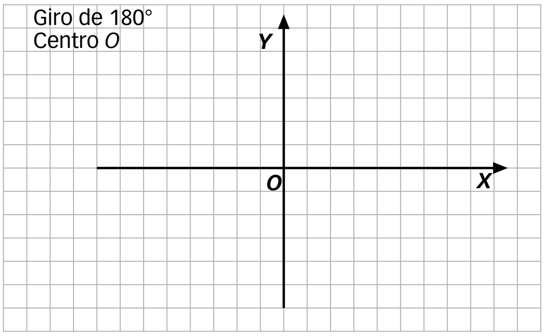
b)



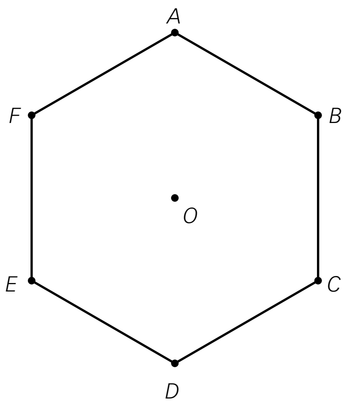
c)



d)



11 Gira con centro en *O* y ángulo 240° el hexágono *ABCDEF*. Escribe junto a cada vértice la nueva letra que le corresponde tras realizarse el giro.



12 ¿Cuáles son las coordenadas del triángulo obtenido al aplicar al triángulo de vértices $A(0, 0)$, $B(0, 4)$, $C(4, 0)$ una traslación de vector $(5, -3)$?

$A(0, 0) \rightarrow A'(\_\_\_\_, \_\_\_\_)$

$B(0, 4) \rightarrow B'(\_\_\_\_, \_\_\_\_)$

$C(4, 0) \rightarrow C'(\_\_\_\_, \_\_\_\_)$

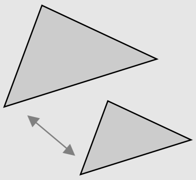
DISTINGUIR SEMEJANZAS Y HOMOTECIAS

Nombre: Curso: Fecha:

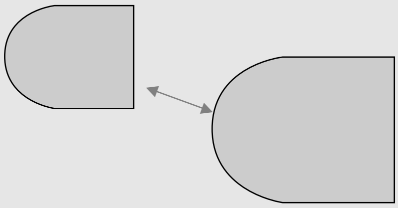
SEMEJANZA

Las **semejanzas** transforman una figura en otra figura con la misma forma pero, generalmente, con distinto tamaño.

Se diferencian de las traslaciones y los giros en que no son movimientos.



Son semejantes.



Son semejantes.

POLÍGONOS SEMEJANTES

Dos **polígonos** son **semejantes** si cada ángulo y su transformado son iguales, y el cociente entre cada lado y su homólogo es constante. Esa cantidad se llama **razón de semejanza**.

EJEMPLO

Halla la longitud de los lados que faltan en la figura 2, sabiendo que es semejante a la figura 1.

FIGURA 1

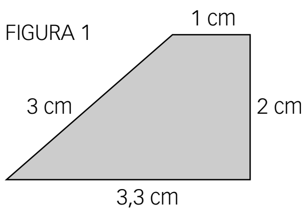
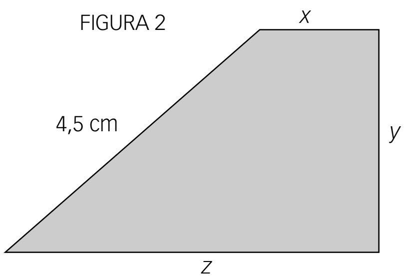


FIGURA 2



Como las figuras 1 y 2 son semejantes, existe una relación de proporcionalidad entre las longitudes de sus lados, es decir, son directamente proporcionales:

Figura 1	3 cm	1 cm	2 cm	3,3 cm
Figura 2	4,5 cm	x	y	z

$$\frac{3}{4,5} = \frac{1}{x} \qquad 3x = 4,5 \qquad x = \frac{4,5}{3} = 1,5 \text{ cm}$$

$$\frac{3}{4,5} = \frac{2}{y} \qquad 3y = 9 \qquad y = \frac{9}{3} = 3 \text{ cm}$$

$$\frac{3}{4,5} = \frac{3,3}{z} \qquad 3z = 14,85 \qquad z = \frac{14,85}{3} = 4,95 \text{ cm}$$

DISTINGUIR SEMEJANZAS Y HOMOTECIAS

Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

1 Calcula las longitudes de los lados que faltan en estas figuras, sabiendo que son semejantes.

FIGURA 1

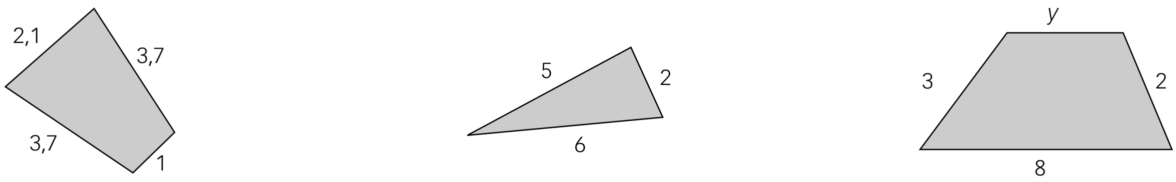


FIGURA 2

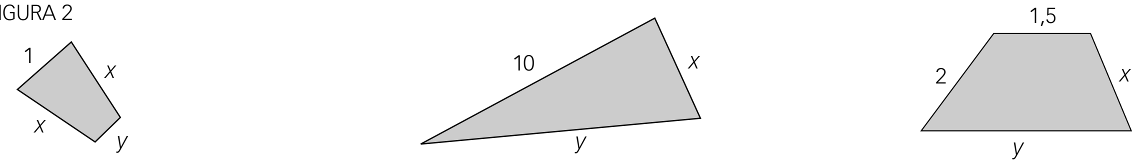


FIGURA 1	2,1	3,7	1	FIGURA 1		FIGURA 1
FIGURA 2	1	x	y	FIGURA 2		FIGURA 2

—— = —— —— = ——

$x =$ $y =$

2 ¿Es el triángulo de lados 4 cm, 7 cm y 5 cm semejante al triángulo de lados 60 cm, 105 cm y 75 cm?

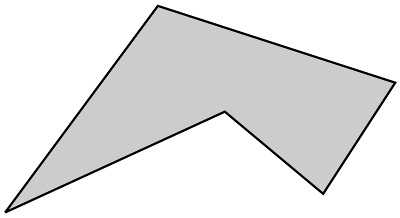
3 Los lados de un triángulo miden 6 cm, 9 cm y 13 cm y los de otro triángulo miden 12 cm, 18 cm y 26 cm. ¿Son semejantes?

4 Un triángulo tiene por lados $a = 3$ cm y $b = 8$ cm. Otro semejante a él tiene como lados $b' = 40$ cm y $c' = 50$ cm. Halla la longitud de los lados de los dos triángulos.

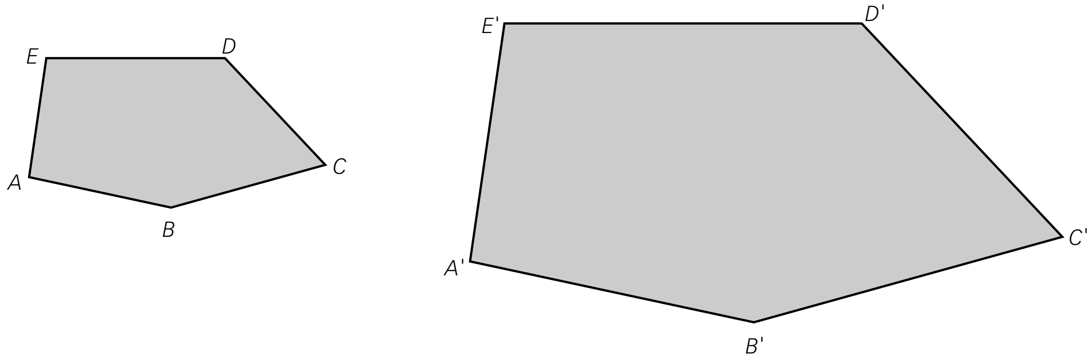
DISTINGUIR SEMEJANZAS Y HOMOTECIAS

Nombre: Curso: Fecha:

5 Dibuja un polígono semejante al de la figura, sabiendo que la razón de semejanza es $\frac{1}{2}$.



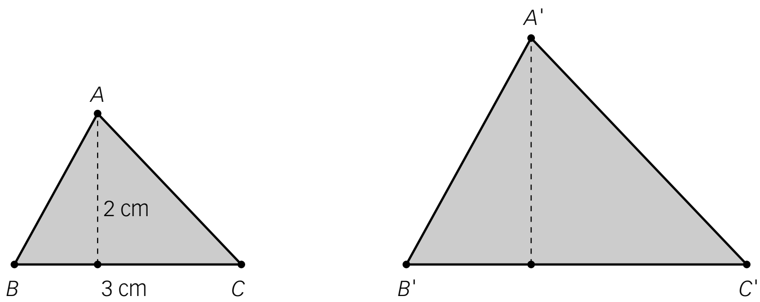
6 Los polígonos *ABCDE* y *A'B'C'D'E'* son semejantes. Ayúdate de una regla y halla la razón de semejanza entre ambos.



7 Los siguientes triángulos son semejantes y su razón de semejanza es $\frac{3}{2}$.

Halla la base y la altura de *A'B'C'*. Halla el área de *ABC* y el área de *A'B'C'*.

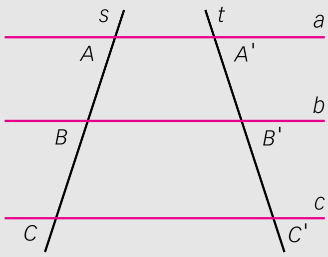
¿Cuál es la razón entre las áreas?



TEOREMA DE TALES

Nombre: Curso: Fecha:

El **teorema de Tales** afirma que si tres rectas paralelas *a*, *b* y *c* cortan a dos rectas *s* y *t*, los segmentos que se determinan en dichas rectas son proporcionales.



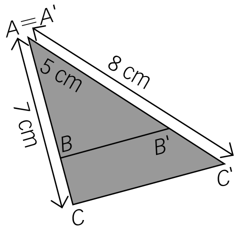
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

EJEMPLO

A partir de los datos datos en el dibujo, calcula la longitud del segmento *AB*.

Tenemos dos rectas que se cortan y dos rectas paralelas, podríamos trazar una tercera pasando por *A*, de modo que podemos aplicar el Teorema de Tales, por lo tanto:

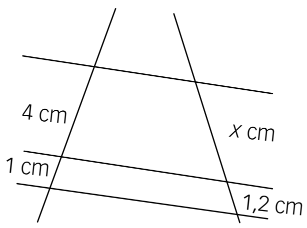
$$\frac{AB}{5} = \frac{7}{8} \rightarrow AB = \frac{35}{8} = 4{,}375 \text{ cm}$$



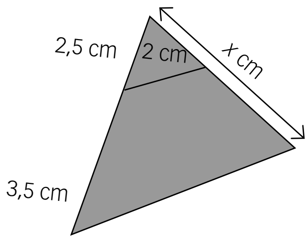
ACTIVIDADES

1 Calcula el valor de *x* en cada caso:

a)



b)



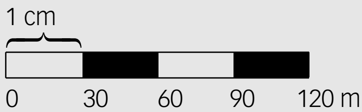
OPERAR CON ESCALAS

Nombre: Curso: Fecha:

- La **escala** es la razón de semejanza entre el objeto real y su representación.
- Las escalas se utilizan en planos, mapas, maquetas, etc.
- La escala puede ser numérica o gráfica:

Escala numérica: 1 : 3 000 → 1 cm en el plano son 3 000 cm en la realidad.

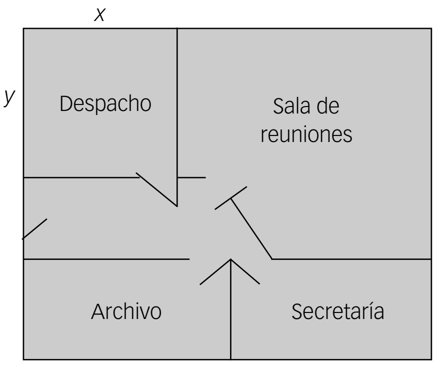
Escala gráfica:



→ Cada centímetro del plano representa 30 m en la realidad.

ACTIVIDADES

1 Observa el siguiente dibujo a escala 1 : 200 y obtén la medida del despacho.



Escala 1 : 200

Medida tomada en el plano: 1 cm en el plano → Medida real: 200 cm reales

Para saber cuánto mide el despacho en la realidad tomamos una regla y medimos *x* e *y*:

Mapa	1	$\square$	$\square$
Realidad	200	a	b

$$\frac{1}{200} = \frac{}{a} \qquad \boxed{a = }$$

$$\frac{1}{200} = \frac{}{b} \qquad \boxed{b = }$$

2 Dos ciudades *A* y *B* están separadas entre sí por 60 km. ¿A qué distancia se encuentran en un mapa a escala 1 : 400 000?

3 Si en un mapa a escala 1 : 90 000 vemos que dos lugares *A* y *B* están separados por 2 cm, ¿qué distancia les separa en la realidad?

OPERAR CON ESCALAS

Nombre: Curso: Fecha:

4 Algunas fotocopiadoras reducen o amplían los originales. Estas reducciones o ampliaciones vienen expresadas en la máquina con porcentajes. Una reducción del 90 % indica que 100 cm del original se convierten en 90 cm en la fotocopia, y que 1 cm del original se convierte en 0,9 cm en la fotocopia.

Se ha fotocopiado con reducción al 80 % un plano hecho a escala 1 : 600. ¿Cuál es la escala de la fotocopia?

1 cm del plano se convierte en 0,8 cm de la fotocopia.

0,8 cm de la fotocopia representan 600 cm de la realidad.

$$\left.\begin{array}{r} 0{,}8 \rightarrow 600 \\ 1 \rightarrow x \end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{600}{0{,}8} = 750$$

La escala es 1 : 750.

a) ¿Cuál es la escala de la fotocopia si se hace al 75 %?

b) ¿Cuál es la escala de la fotocopia si se hace al 120 %?

c) ¿Y la escala de la fotocopia si se hace al 125 %?

5 El siguiente dibujo muestra la forma y el tamaño que tiene un parque en el plano de una ciudad. También se ha dibujado la escala que aparece en dicho plano. Halla las medidas de los dos lados indicados en el dibujo.