ACTIVIDADES

1 Calcula la altura de un triángulo de lados 5 cm, 8 cm y 10 cm.

2 Calcula la altura de un triángulo cuyos lados miden:

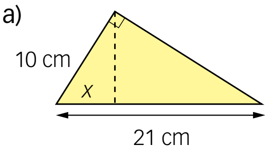
a) $\overline{AB} = 4$ cm $\overline{BC} = 7$ cm $\overline{CA} = 9$ cm

b) $\overline{AB} = 6$ cm $\overline{BC} = 10$ cm $\overline{CA} = 14$ cm

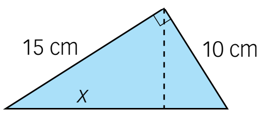
c) $\overline{AB} = 5$ cm $\overline{BC} = 11$ cm $\overline{CA} = 15$ cm

3 Halla el valor de *x* en cada caso.

a)



b)



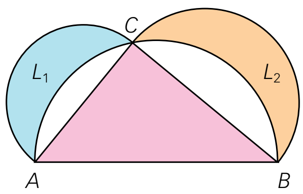
4 Los lados de una parcela con forma triangular miden 150 m, 132 m y 200 m, respectivamente.

a) ¿Cuál es la distancia de cada vértice de la parcela al lado opuesto?

b) ¿Qué superficie tiene la parcela?

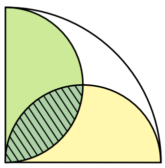
c) ¿Qué perímetro tendría la parcela si fuera de forma cuadrada y ocupara la misma superficie?

5 ¿Qué es mayor, el área del triángulo rectángulo $\widehat{ABC}$ o la suma de las áreas de L_1 y L_2?

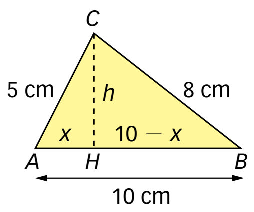


(Las circunferencias que ves tienen como diámetro cada uno de los lados del triángulo.)

6 Observa la figura y compara las áreas de la zona rayada y de la zona blanca.



1 Calcula la altura de un triángulo de lados 5 cm, 8 cm y 10 cm.



La altura divide a la base en dos partes:

- *AH*, cuya longitud se llama *x*.
- *HB*, cuya longitud será 10 − *x*.

En $\widehat{AHC}$: $5^2 = x^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 5^2 - x^2$

En $\widehat{HBC}$: $8^2 = (100 - x^2) + h^2 \rightarrow h^2 = 8^2 - (10 - x)^2$

$$\left.\begin{array}{l} h^2 = 5^2 - x^2 \\ h^2 = 8^2 - (10 - x)2 \end{array}\right\} \rightarrow 5^2 - x^2 = 8^2 - (10 - x)^2$$

$$25 - x^2 = 64 - (100 + x^2 - 20x)$$

$$20x = 61 \rightarrow x = 3{,}05 \text{ cm}$$

$$h^2 = 5^2 - x^2 \rightarrow h = \sqrt{5^2 - 3{,}05^2} = 3{,}96 \text{ cm}$$

2 Calcula la altura de un triángulo cuyos lados miden:

a) $\overline{AB} = 4$ cm $\overline{BC} = 7$ cm $\overline{CA} = 9$ cm

b) $\overline{AB} = 6$ cm $\overline{BC} = 10$ cm $\overline{CA} = 14$ cm

c) $\overline{AB} = 5$ cm $\overline{BC} = 11$ cm $\overline{CA} = 15$ cm

a)
$$\left.\begin{array}{r} h^2 = 4^2 - x^2 \\ h^2 = 7^2 - (9 - x)^2 \end{array}\right\} \rightarrow 4^2 - x^2 = 7^2 - (9 - x)^2$$

$$16 - x^2 = 49 - (81 + x^2 - 18x)$$

$$16 - 49 + 81 = 18x \rightarrow x = 2{,}67 \text{ cm}$$

$$h^2 = 16 - 7{,}13 \rightarrow h = 2{,}98 \text{ cm}$$

b)
$$\left.\begin{array}{r} h^2 = 6^2 - x^2 \\ h^2 = 10^2 - (14 - x)^2 \end{array}\right\} \rightarrow 6^2 - x^2 = 10^2 - (14 - x)^2$$

$$36 - x^2 = 100 - (196 + x^2 - 28x)$$

$$36 - 100 + 196 = 28x \rightarrow x = 4{,}71 \text{ cm}$$

$$h^2 = 36 - 22{,}18 \rightarrow h = 3{,}72 \text{ cm}$$

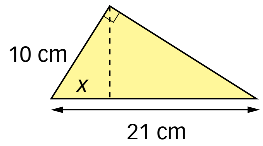
c)
$$\left.\begin{array}{r} h^2 = 5^2 - x^2 \\ h^2 = 11^2 - (15 - x)^2 \end{array}\right\} \rightarrow 5^2 - x^2 = 11^2 - (15 - x)^2$$

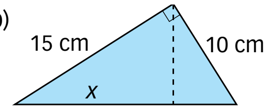
$$25 - x^2 = 121 - (225 + x^2 - 30x)$$

$$25 - 121 + 225 = 30x \rightarrow x = 4{,}3 \text{ cm}$$

$$h^2 = 25 - 18{,}49 \rightarrow h = 2{,}55$$

3 Halla el valor de *x* en cada caso.

a)


b)


a) Se calcula el otro cateto:

$$c = \sqrt{21^2 - 10^2} = \sqrt{341} = 18{,}47 \text{ cm}$$

Se plantea el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} h^2 = 10^2 - x^2 \\ h^2 = \left(\sqrt{341}\right)^2 - (21 - x)^2 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow 10^2 - x^2 = 18{,}47^2 - (21 - x)^2$$

$$100 - x^2 = 341 - (441 + x^2 - 42x)$$

$$100 - 341 + 441 = 42x \rightarrow x = 4{,}76 \text{ cm}$$

b) Se calcula la hipotenusa:

$$c = \sqrt{15^2 + 10^2} = \sqrt{325} = 18{,}03 \text{ cm}$$

Se plantea el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} h^2 = 15^2 - x^2 \\ h^2 = 10^2 - (18{,}03 - x)^2 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow 15^2 - x^2 = 10^2 - (18{,}03 - x)^2$$

$$225 - x^2 = 100 - (325 + x^2 - 36{,}06x)$$

$$225 - 100 + 325 = 36{,}06x \rightarrow x = 12{,}3 \text{ cm}$$

4 Los lados de una parcela con forma triangular miden 150 m, 132 m y 200 m, respectivamente.

a) ¿Cuál es la distancia de cada vértice de la parcela al lado opuesto?

b) ¿Qué superficie tiene la parcela?

c) ¿Qué perímetro tendría la parcela si fuera de forma cuadrada y ocupara la misma superficie?

a) Tomando como base del triángulo el lado que mide 200 m, la distancia del vértice a este lado se calcula resolviendo el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} h^2 + x^2 = 150^2 \\ h^2 + (200 - x)^2 = 132^2 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} h^2 = 150^2 - x^2 \\ h^2 + (200 - x)^2 = 132^2 \end{array}\right\}$$

$$150^2 - x^2 + (200 - x)^2 = 132^2$$

$$22\,500 - x^2 + 40\,000 + x^2 - 400x = 17\,474$$

$$x = 112{,}565$$

$$h^2 = 150^2 - 112{,}565^2 \rightarrow h = 99{,}14 \text{ m}$$

Para obtener las otras dos alturas, que son las otras dos distancias pedidas, utilizamos el área.

b) $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{200 \cdot 99{,}14}{2} = 9\,914 \text{ cm}^2$

Las otras alturas:

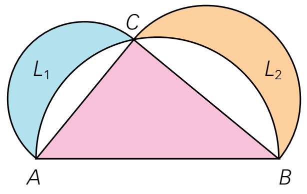
$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{150 \cdot h_2}{2} = 9\,914 \text{ cm}^2 \rightarrow h^2 = 132{,}19 \text{ cm}$

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{132 \cdot h_3}{2} = 9\,914 \text{ cm}^2 \rightarrow h^3 = 150{,}21 \text{ cm}$

c) $l^2 = 9\,914 \rightarrow l = 99{,}57 \text{ cm}$

Perímetro: $4 \cdot 99{,}57 = 398{,}28 \text{ cm}^2$

5 **¿Qué es mayor, el área del triángulo rectángulo $\widehat{ABC}$ o la suma de las áreas de L_1 y L_2?**



(Las circunferencias que ves tienen como diámetro cada uno de los lados del triángulo.)

Si A_1 y A_2 fuesen las áreas de los semicírculos completos correspondientes a L_1 y L_2, y consideramos un tercer semicírculo sobre el lado restante, las áreas de los tres semicírculos serían:

$A_1 = \frac{\pi \cdot r_1^2}{2}$ $\quad A_2 = \frac{\pi \cdot r_2^2}{2}$ $\quad A_3 = \frac{\pi \cdot r_3^2}{2}$

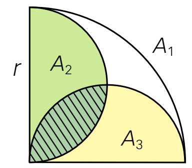
Por el teorema de Pitágoras:

$$A_1 + A_2 = \frac{\pi r_1^2}{2} + \frac{\pi r_2^2}{2} = \frac{\pi\left(r_1^2 + r_2^2\right)}{2} = \frac{\pi r_3^2}{2} = A_3$$

Observando el dibujo, puedes ver que A_3 es igual al área del triángulo más los dos trozos en blanco.

Como el área que le falta al triángulo para ser igual que el semicírculo mayor es la que le falta a L_1 y L_2, las áreas de L_1 y L_2 serán iguales que la del triángulo.

6 **Observa la figura y compara las áreas de la zona rayada y de la zona blanca.**



Si r es el radio del cuarto de círculo mayor, $r/2$ es el radio de los dos semicírculos menores y sus áreas son:

$A_1 = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$ $\quad A_2 = A_3 = \frac{\pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot r^2}{8}$

$A_2 + A_3 = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = A_1$

Como el área del cuarto de círculo es la misma que la suma de las áreas de los semicírculos, su intersección, que es la zona rayada, es igual que la zona blanca, que es exterior a los semicírculos.